BULLETIN

DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

NANCY, IMPRIMERIE BERGER-LEVRAULT ET Cie.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES

DE NANCY

ANCIENNE SOCIÉTÉ DES SCIENCES NATURELLES DE STRASBOURG

FONDÉE EN 1828

Série II. — Tome X. — Fascicule XXIV

23e ANNÉE. — 1890

(AVEC PLANCHES ET FIGURES INTERCALÉES DANS LE TEXTE)

PARIS

BERGER-LEVRAULT ET Cie, LIBRAIRES-ÉDITEURS

5, Rue des Beaux-Arts, 5

MÊME MAISON A NANCY

1891

SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

BUREAU ET CONSEIL D'ADMINISTRATION

POUR L'ANNÉE 1890.

		MM.
Bureau	*Président,*	Bleicher.
	Vice-président,	Boppe.
	Secrétaire général,	Hecht.
	Secrétaire annuel,	Chenut.
	Trésorier,	Held.
Administrateurs		Schlagdenhauffen.
		Fliche.
		Charpentier.

LISTE DES MEMBRES

COMPOSANT LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

Arrêtée au 1er janvier 1890.

I. MEMBRES TITULAIRES

INSCRITS PAR RANG D'ANCIENNETÉ.

1. Dr Schlagdenhauffen, directeur de l'École supérieure de pharmacie. 5 juillet 1859.
2. Dr Hecht ✻, professeur à la Faculté de médecine. 3 janvier 1865.
3. Dr Feltz ✻, professeur à la Faculté de médecine. 7 février 1865.
4. Dr Gross, professeur à la Faculté de médecine. 16 décembre 1868.
5. Dr Bleicher ✻, professeur à l'École supérieure de pharmacie. 7 juillet 1869.
6. Dr Beaunis ✻, professeur à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
7. Dr Bernheim, professeur à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
8. Dr Marchal, ancien chef de clinique à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
9. Dr Spillmann, professeur à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
10. Humbert, docteur en médecine. 30 juin 1873.

11. Delcominète, professeur suppl. à l'École supérieure de pharmacie. 5 janvier 1874.
12. Dr Friant, professeur à la Faculté des sciences. 19 janvier 1874.
13. Roussel, ancien professeur à l'École forestière. 16 mars 1874.
14. Fliche, professeur à l'École forestière. 20 avril 1874.
15. Haller, professeur à la Faculté des sciences. 8 janv. 1877.
16. Bichat, doyen de la Faculté des sciences. 22 janvier 1877.
17. Le Monnier, professeur à la Faculté des sciences. 18 juin 1877.
18. Monal, pharmacien de 1re classe. 2 décembre 1878.
19. Gault, pharmacien de 1re classe. 6 janvier 1879.
20. Wohlgemuth, maître de conférences à la Faculté des sciences. 20 janvier 1879.
21. Dr Charpentier, profess. à la Faculté de médecine. 2 mars 1879.
22. Godfrin, prof. à l'École supér. de pharmacie. 24 novembre 1879.
23. Floquet, professeur à la Faculté des sciences. 19 janvier 1880.
24. Arth, maître de conférences à la Faculté des sciences. 19 janvier 1880.
25. Dr Macé, professeur à la Faculté de médecine. 1er mai 1880.
26. Dr Lemaire, professeur au Lycée. 15 juillet 1880.
27. Sadler, docteur en médecine. 1er décembre 1880.
28. Dumont, docteur en droit. 16 janvier 1881.
29. Kuntzmann, professeur au Lycée. 16 janvier 1881.
30. Jaquiné O ✻, inspecteur général honoraire des ponts et chaussées. 16 janvier 1881.
31. Dr Garnier, professeur à la Faculté de médecine. 2 mars 1881.
32. Dr Stoeber, ancien chef de clinique à la Faculté de médecine. 15 mars 1881.
33. Volmerange ✻, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite. 15 mars 1881.
34. André, architecte. 1er mars 1882.
35. Blondlot, professeur adj. à la Faculté des sciences. 2 juin 1882.
36. Held, professeur à l'École supérieure de pharmacie. 2 juin 1882.
37. Henry, professeur à l'École forestière. 1er décembre 1882.
38. Dr Vuillemin, chef des travaux d'histoire naturelle médicale à la Faculté de médecine. 1er décembre 1882.
39. Hasse, ancien professeur à l'École normale d'instituteurs. 1er mars 1883.
40. Millot, ancien officier de marine, chargé d'un cours à la Faculté des sciences. 17 mai 1883.
41. A. de Metz-Noblat, homme de lettres. 3 juillet 1883.
42. Brunotte, professeur agrégé à l'École supérieure de pharmacie. 15 février 1884.
43. Klobb, professeur agrégé à l'École supérieure de pharmacie. 15 février 1884.

44. Chenut, licencié ès sciences physiq. et naturelles. 18 juillet 1884.
45. Abbé Chevalier, licencié ès sciences, professeur à l'École Saint-Sigisbert. 1er décembre 1884.
46. Pérot ✻, intendant militaire en retraité. 16 janvier 1885.
47. Riston, docteur en droit. 16 janvier 1885.
48. Bertin, rentier. 16 janvier 1885.
49. Guntz, maître de conférences à la Faculté des sciences. 16 janvier 1885.
50. Dr Saint-Remy, docteur ès sciences naturelles. 16 janvier 1885.
51. Viller ✻, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite. 23 février 1885.
52. Dr Prenant, chef des travaux d'histologie à la Faculté de médecine. 4 mars 1885.
53. Calinon, chef de correspondance aux forges de Longwy. 1er mai 1885.
54. Dr Nicolas, professeur agrégé à la Faculté de médecine. 16 février 1887.
55. Boppe, Sous-Directeur de l'École forestière. 1er mars 1887.
56. Monal fils, pharmacien de 1re classe, licencié ès sciences. 1er mars 1887.
57. Villedon ✻, pharmac. en chef à l'hôpital militaire. 1er mars 1887.
58. Durand, professeur à l'École primaire supérieure. 1er mars 1887.
59. Bauer ✻, ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1er mars 1887.
60. Mer, attaché à la Station de recherches de l'École forestière. 16 mai 1887.
61. Dr Bucquoy O ✻, médecin-major de 1re classe au 79e de ligne. 16 janvier 1888.
62. Barthélemy, homme de lettres. M. A. 17 mai 1883; M. T. 16 janvier 1888.
63. Liétard, licencié ès sciences physiques et naturelles. 16 janv. 1888.
64. Dr Rohmer, prof. agr. à la Faculté de médecine. 16 janvier 1888.
65. Rossfelder, pharmacien de 1re classe. 1er février 1888.
66. Dr Knœpfler, chef de clinique à la Fac. de médecine. 20 fév. 1888.
67. Bartet, inspecteur adjoint des forêts. 2 mars 1888.
68. Noël, pharmacien de 1re classe. 1er juin 1888.
69. Abbé Harmand, ancien professeur au Collège de la Malgrange. 16 juin 1888.
70. Woelflin, ancien capitaine du génie. 14 janvier 1889.
71. de Schauenbourg, avocat à la Cour d'appel. 14 janvier 1889.
72. Reuttinger, pharmacien de 1re classe. 1er mars 1889.

II. MEMBRES ASSOCIÉS

INSCRITS PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE.

Jacquemin ✻, directeur honoraire de l'École supérieure de pharmacie de Nancy. M. T. 3 février 1857 ; M. A. 1er février 1888.
Berger-Levrault (Oscar) ✻, imprimeur à Nancy. 24 mars 1873.
Des Roberts (Maurice), à Nancy. 15 mai 1886.
Dupont, maître de forges à Pompey. 1er avril 1880.
Gaiffe, constructeur d'appareils de physique à Nancy. 28 janvier 1882.
Gouy de Bellocq, ancien officier d'état-major. 1er mars 1886.
Dr Herrgott ✻, professeur à la Faculté de médecine. 18 novembre 1878.
Dr Heydenreich, doyen de la Faculté de médecine. 18 nov. 1878.
Houbre, ingénieur des ponts et chaussées à Nancy. 18 novembre 1878.
Laederich (Ch.), manufacturier à Épinal. 16 janvier 1874.
Lallement (Léopold), ancien avoué à Nancy. 1er mars 1887.
Lang (B.), manufacturier à Nancy. 16 mars 1880.
Lang (R.), manufacturier à Nancy. 16 mars 1880.
Dr Langlois, médecin en chef à l'Asile de Maréville. 16 janvier 1881.
Langenhagen (de) ✻, manufacturier à Nancy. 2 mars 1874.
Lederlin ✻, doyen de la Faculté de droit de Nancy. 24 mars 1873.
Maringer, adjoint au maire de Nancy. 1er mars 1887.
De Montjoie, propriétaire à Villers-lès-Nancy. 2 mars 1888.
Norberg (J.) ✻, imprimeur à Nancy. 24 mars 1873.
Reeb, pharmacien à Strasbourg. 1er mars 1887.
Simonin (Henry), anc. colonel de l'armée territoriale. 15 février 1886.
Thomas (Philippe), médecin-vétérinaire en 1er au 10e régiment de hussards, à Nancy. 15 juillet 1885.
Weinmann, pharmacien de 1re classe, à Reims. 2 mars 1888.
Wurtz (E.), membre de la Société de pharmacie de Paris. 1er mars 1887.

III. MEMBRES CORRESPONDANTS

A) NATIONAUX.

Dr Bagnéris, ancien professeur agrégé à la Faculté de médecine de Nancy, à Reims. M. T. 15 janv. 1884 ; M. C. 31 déc. 1889.
Bardy, pharmacien de 1re classe à Saint-Dié. 15 novembre 1880.
Belleville, colonel en retraite, à Toulouse. 18 mai 1874.
Dr Bœckel (Eugène) ✻, prof. agr. à l'ancienne Faculté de médecine de Strasbourg, chirurgien en chef de l'hôpital civil. M. T. 19 mars 1867.
Dr Bouchard ✻, professeur à la Faculté de médecine de Bordeaux. M. T. 2 juin 1869.
Brillouin, professeur à la Faculté des sciences de Toulouse. M. T. 16 janvier 1881. M. C. 15 novembre 1882.

CASTAN ✻, chef d'escadron d'artillerie. M. T. 5 juin 1866; M. C. 5 juin 1867.

Dr CHRISTIAN, médecin en chef de la Maison nationale de Charenton. M. T. 22 janvier 1877.

Dr COLLIGNON, médecin-major de l'armée. M. T. 9 juin 1879; M. C. 15 novembre 1881.

DAUBRÉE C ✻, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur au Jardin des Plantes. M. A. 9 avril 1839; M. T. 5 avril 1842; M. C. août 1861.

Dr ENGEL, professeur à la Faculté de médecine de Montpellier. M. T. 5 mai 1875.

Dr FAUDEL, secrétaire de la Société d'histoire naturelle de Colmar (Haut-Rhin). 8 mai 1867.

Dr FÉE ✻, médecin principal de l'armée. M. T. 19 février 1867.

FIESSINGER, docteur en médecine à Oyonnax (Ain). 1er décembre 1881.

FLAMMARION, astronome et écrivain scientifique, à Paris. 4 nov. 1868.

FRANÇOIS, inspecteur général des mines, à Paris. 9 juin 1868.

GAY, professeur au Lycée de Montpellier. M. T. 19 février 1867; M. C. 19 juillet 1871.

Dr GUILLEMIN ✻, médecin-major de 1re classe, à Lunéville. M. T. 1er juill. 1887; M. C. 14 janv. 1889.

Dr HARO ✻, médecin principal de l'armée en retraite, à Montpellier. M. T. 16 avril 1877; M. C. 3 janvier 1881.

HECKEL, prof. à la Faculté des sciences de Marseille. M. T. 21 fév. 1876.

HERRENSCHMIDT, docteur en médecine à Paris. 15 janv. 1867.

HIRSCH, ingénieur des ponts et chaussées, à Paris. M. T. 5 mai 1873.

HUGUENY ✻, ancien professeur à la Faculté des sciences de Marseille. M. T. 5 juillet 1859; M. C. en 1878.

JOUAN, capitaine de vaisseau, à Cherbourg. 1er décembre 1863.

JOURDAIN, ancien professeur à la Faculté des sciences de Nancy, à Saint-Waast-la-Hogue (Manche). M. T. en 1877; M. C. 8 décembre 1879.

KELLER, ingénieur des mines, à Paris. 19 juillet 1871.

KLEIN, pharmacien à Strasbourg. M. T. 4 juillet 1865.

Dr KŒBERLÉ O ✻, professeur agrégé à l'ancienne Faculté de médecine de Strasbourg. M. T. 7 juillet 1857.

Dr KŒHLER, maître de conférences à la Faculté des sciences de Lyon. M. T. 2 févr. 1880; M. C. 2 déc. 1889.

Dr LORTET, doyen de la Faculté de médecine de Lyon. Déc. 1868.

MANGIN ✻, professeur au Lycée Louis-le-Grand, à Paris. M. T. 24 novembre 1879; M. C. 15 novembre 1881.

Dr MILLARDET, professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux. M. T. 5 mai 1869.

Dr MONOYER, professeur à la Faculté de médecine de Lyon. M. T. 4 juillet 1865.

Muntz, ingénieur des chemins de fer de l'Est, à Paris. M. T. 5 mai 1873.

Pasteur C ✻, membre de l'Institut, ancien professeur à la Faculté des sciences de Strasbourg. M. T. 8 janvier 1850; M. C. 1854.

Pérot, maître de conférences à la Faculté des sciences de Marseille. M. T. 1er juin 1886; M. C. 15 mai 1889.

Quatrefages (A. de) O ✻, membre de l'Institut, professeur au Muséum, à Paris. 2 juin 1835.

Rœderer, ingénieur des ponts et chaussées. M. T. 5 mars 1877.

Saint-Loup, doyen de la Faculté des sciences de Clermont-Ferrand. 15 janv. 1867.

Thouvenin, professeur à l'École de médecine et de pharmacie de Besançon. M. T. 1er mars 1883; M. C. 15 déc. 1890.

Dr Villemin ✻, ancien professeur au Val-de-Grâce. 4 août 1857.

Dr Wieger, ancien professeur à la Faculté de médecine de Strasbourg. M. T. 9 juin 1857.

Dr Willemin O ✻, médecin-inspecteur des eaux de Vichy. M. T. 8 mai 1867; M. C. 19 juillet 1871.

Willm, professeur à la Faculté des sciences de Lille. M. T. 8 mai 1867.

B) ÉTRANGERS.

Allemagne.

Bruch (Carl), professeur d'anatomie à Offenbach. 5 janvier 1864.

Geinitz (H. B.), prof. à l'École polytechnique de Dresde. 5 fév. 1868.

Ludwig, ingénieur civil à Darmstadt. 5 juillet 1859.

Nægeli, professeur de botanique à l'Université de Munich. 7 mai 1855.

Sandberger, professeur à l'Université de Würzbourg. 4 août 1856.

Angleterre, Écosse, Irlande.

Collins (Matth.), professeur à Dublin. 2 juin 1869

Hellier-Baily, paléontologiste, membre de la Commission géologique de l'Irlande. 4 mars 1868.

Moore (David), directeur du Jardin botanique de Dublin. 1er août 1865.

Dr Stirton (James), à Glasgow. 6 février 1869.

Belgique.

Morren (Édouard), professeur de botanique à l'Université de Liège. 12 janvier 1859.

Brésil.

Glaziou, directeur du Jardin botanique de Rio-Janeiro. 4 mars 1868.

Portugal.

BARBOZA-DUBOCAGE, membre de l'Académie royale de Lisbonne. 12 mars 1862.

O CASTELLO DA PAÏVA, membre de l'Académie royale de Lisbonne. 4 décembre 1866.

Russie.

KUTORGA, professeur à Saint-Pétersbourg. 4 juin 1855.

Suède et Norvège.

ARESCHOUG, professeur à l'Université d'Upsal. 11 janvier 1859.

Suisse.

FAVRE (Alph.), professeur de géologie à Genève. 2 décembre 1862.

SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

ANNÉE 1890

PREMIÈRE PARTIE

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

Séance du 15 janvier 1890.

Présidence de M. Haller.

Membres présents : MM. Barthélemy, Bertin, Bleicher, Boppe, Charpentier, Chenut, Durand, Fliche, Haller, Hecht, Held, Liétard, Le Monnier, Nicolas, Riston, Villedon.

M. Haller annonce la perte que la Société vient de faire en la personne de M. le docteur Humbert, membre titulaire depuis 1873.

Démissions. — Le président annonce la démission de M. Godfrin, vice-président de la Société, que le règlement appelait à la présidence pour l'année 1890 et qui renonce à ces fonctions.

Il donne ensuite lecture des lettres de MM. Bagnéris et Kœhler, membres titulaires appelés à quitter Nancy et qui demandent à être inscrits comme membres correspondants.

Correspondance. — Lecture est donnée d'une lettre de M. le préfet de Meurthe-et-Moselle annonçant que le conseil général accorde à la Société, pour l'année 1890, une subvention renouvelable de 500 fr.

M. Fliche, profitant de l'occasion que lui fournit cette générosité, due aux démarches de M. Haller, adresse à celui-ci au nom de la Société des remerciements pour le dévouement dont il a fait preuve pendant sa présidence. Tous les membres présents s'associent à ces paroles de M. Fliche.

M. Haller remercie la Société, mais il croit qu'on doit aussi un tribut d'éloges à M. Hecht, le dévoué secrétaire général, qui a su cette année comme toujours, par ses soins continuels et son expérience, assurer le bon fonctionnement de plusieurs innovations apportées dans

le règlement et les publications de la Société. D'unanimes applaudissements approuvent ces paroles.

Présentations. — Sont ensuite annoncées les candidatures au titre de membre titulaire de :

M. Petit, chargé du cours de chimie agricole à la Faculté des sciences ;

M. Minguin, chef des travaux chimiques à la Faculté des sciences ;

M. Muller, agrégé des sciences physiques, chef des travaux chimiques à la Faculté des sciences ;

M. Georgel, préparateur de chimie à la Faculté des sciences ;

M. Grillon, chimiste ;

M. Guyot, chimiste.

Ces six candidats présentés par MM. Haller et Arth.

M. Fromont, pharmacien-major à l'hôpital militaire de Nancy ;

M. Dorez, pharmacien de 1re classe, chef du laboratoire des cliniques.

Ces deux candidats présentés par MM. Haller et Held.

M. Crevaux, professeur au lycée de Nancy, présenté par MM. Haller et Guntz.

Élections. — Il est ensuite procédé aux élections pour le renouvellement annuel du bureau.

Sont élus : M. Bleicher, *président ;*

M. Boppe, *vice-président ;*

M. Chenut, *secrétaire annuel ;*

M. Charpentier, *membre du conseil d'administration.*

COMMUNICATION.

Géologie et archéologie. — M. Liétard fait une communication sur une *exploitation de sources thermales* (Plombières) *à l'époque romaine et à l'époque actuelle.*

Le Secrétaire annuel,
Henri Chenut.

Séance du 3 février 1890.

Présidence de M. Boppe, vice-président.

Membres présents : MM. Barthélemy, Bertin, Blondlot, Boppe, Charpentier, Chenut, abbé Chevalier, Dumont, Durand, Fliche, Guntz, Hecht, Held, de Metz-Noblat, Millot, Wohlgemuth.

M. Boppe remercie la Société qui l'a élu à la vice-présidence et donne lecture d'une lettre de M. Thouvenin, membre titulaire, qui,

appelé à quitter Nancy, demande à être inscrit comme membre correspondant.

Présentation. — MM. Arth et Guntz présentent M. Rouyer, chimiste, qui demande son admission dans la Société comme membre titulaire.

Élections. — A la suite des rapports présentés à la Société, il est procédé au vote pour l'élection de membres titulaires. Sont élus : MM. Petit, Minguin, Muller, Crevaux, Dorez, Fromont, Georgel, Guyot, Grillon.

MM. Millot et Nicolas, dont les pouvoirs sont expirés, sont réélus, pour l'année 1890, membres du comité de publication.

COMMUNICATIONS.

I. Géologie. — M. Chenut fait une communication sur un *phénomène de métamorphisme observé dans les Vosges.*

II. Balistique. — M. de Metz-Noblat fait une communication intitulée : *Quelques considérations sur le tir des fusils de chasse.*

Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre l'auteur et MM. Guntz et Wohlgemuth.

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance du 14 février 1890.

Présidence de M. Friant.

Membres présents : MM. Bertin, Bucquoy, Chenut, Dorez, Friant, Guntz, Hasse, Hecht, Held, Liétard, de Metz-Noblat, Nicolas, Prenant, Riston, Vuillemin.

Élection. — M. Rouyer, préparateur de chimie à la Faculté des sciences, est élu membre titulaire de la Société.

COMMUNICATION.

Anatomie. — M. Nicolas fait à la Société une communication sur les *muscles surnuméraires multiples* observés chez le supplicié Dauga.

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance du 3 *mars* 1890.

Présidence de M. Boppe, vice-président.

Membres présents : MM. Boppe, Durand, Floquet, Fliche, Hecht, de Metz-Noblat, Millot, Stoeber, Vuillemin.

COMMUNICATION.

Botanique. — M. Vuillemin fait une communication sur le *type floral des graminées.*

Pour le Secrétaire annuel,
L. Hecht.

Séance du 17 *mars* 1890.

Présidence de M. Boppe, vice-président.

Membres présents : MM. Barthélemy, Blondlot, Boppe, Bucquoy, Chenut, Durand, Fliche, Floquet, Hecht, Mer, Millot, Riston, Schlagdenhauffen, Stoeber, Vuillemin.

COMMUNICATIONS.

I. Conchiliologie. — M. Bucquoy fait une communication sur les *hélix du Roussillon.*

II. Géologie. — M. Fliche fait une communication sur l'observation de quelques *faits actuels se rapportant à l'histoire de l'époque glaciaire.*

M. Fliche, après avoir rappelé les exagérations émises à propos de l'*époque glaciaire,* sur le froid excessif qui aurait régné alors, sur l'extension énorme des glaces à la surface du globe même dans les régions tropicales, sur la multiplicité des périodes glaciaires, montre comment on est arrivé à des idées plus justes, comment aussi on a peut-être été quelquefois trop loin en sens contraire, n'accordant pas assez d'importance notamment aux mouvements d'avance et de recul des glaciers pendant les temps quaternaires. La période glaciaire, on l'a fait justement observer, a commencé avec la formation du premier glacier, elle dure encore et les observations actuelles forment la base la plus solide sur laquelle nous puissions nous appuyer pour expliquer les phénomènes anciens ; aussi, en dehors même de celles qu'on peut faire sur les glaciers, d'éminents géologues ont, et, tout

récemment encore, appelé l'attention sur quelques faits météorologiques remarquables et fournissant des documents pour l'interprétation des faits anciens. C'est ce qui a ramené l'attention de M. Fliche sur des observations faites par lui-même pendant l'année météorologique 1878-1879 et pendant l'hiver qui l'a suivie. Elles montrent combien il faudrait peu de chose, soit pour ramener des cours d'eau disparus, soit pour modifier profondément la faune et la flore actuelle par la disparition de plusieurs types, par la prédominance d'autres déjà existants dans notre pays ou par l'introduction de formes habitant aujourd'hui des stations plus froides.

Le Secrétaire annuel,
H. CHENUT.

Séance du 18 avril 1890.

Présidence de M. BLEICHER.

La séance a lieu dans une des salles du bâtiment du Conservatoire de musique où dorénavant se réunira la Société.

Membres présents : MM. Barthélemy, Bertin, Bleicher, Blondlot, Boppe, Charpentier, Chenut, Chevalier, Dumont, Fliche, Fromont, Henry, Mer, Millot, Saint-Remy, Vuillemin, Volmerange, Wohlgemuth.

La Société désigne MM. Blondlot, Charpentier et Saint-Remy pour la représenter au congrès des Sociétés savantes qui doit avoir lieu à Paris en mai 1890.

COMMUNICATIONS.

I. Météorologie. — M. MILLOT fait une communication sur la *marche apparente et la trajectoire vraie des orages sur l'horizon.*

Le but de M. MILLOT est d'appeler l'attention des observateurs sur des erreurs qu'ils commettent fréquemment dans l'appréciation de la marche suivie par les orages. Il montre que les orages tournent autour de l'horizon et se partagent en deux beaucoup moins souvent que ne le croient les personnes inexpérimentées. En s'appuyant sur les lois de la perspective, il fait voir les conditions d'aspect et de marche apparente que doivent présenter les orages pour qu'on puisse dire s'ils sont réellement séparés et s'ils ont tourné. Enfin, relativement à la route véritablement suivie par les orages, M. Millot énonce et démontre les règles suivantes:

La direction suivie par un orage est donnée par le diamètre de la rose des vents parallèle à la ligne qui joint les points d'apparition et de disparition du météore ; cette ligne en est la trajectoire vraie.

Le centre d'un tourbillon orageux marche parallèlement au vent qui souffle le plus fort.

Cette note paraîtra *in extenso* dans le *Bulletin*.

II. Botanique. — M. Mer fait une communication sur la *distribution de l'amidon dans les arbres.*

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance du 2 mai 1890.

Présidence de M. Bleicher.

Membres présents : MM. André, Barthélemy, Bleicher, Blondlot, Chenut, Fliche, Floquet, Haller, Hecht, Liétard, Millot, Riston, Schlagdenhauffen, Stoeber, Vuillemin.

La Société décide d'échanger à l'avenir ses publications avec celles de la *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* de Gênes.

Dons d'ouvrages. — M. le Dr Collignon offre à la Société une brochure intitulée : *Indice céphalique des populations françaises.*

M. Émile Mer offre à la Société les ouvrages suivants :

1° *De l'Influence des éclaircies sur l'accroissement diamétral des sapins ;*

2° *Recherches sur la formation du bois parfait ;*

3° *Influence de l'exposition sur l'accroissement de l'écorce des sapins ;*

4° *Recherches sur les causes d'excentricité de la moelle dans les sapins.*

COMMUNICATION.

Géologie. — M. Bleicher fait une communication sur le *gisement des armes préhistoriques en Lorraine* à propos de la découverte récente d'une arme du type Chelléen dans le diluvium près de Metz.

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance du 16 mai 1890.

Présidence de M Bleicher.

Membres présents : MM. Barthélemy, Bleicher, Blondlot, Chenut, Fliche, Floquet, Hecht, Held, Le Monnier, Liétard, Millot, Prenant, Saint-Remy, Vuillemin.

Le président informe la Société du décès de M. Henry Simonin, de

Nancy, ancien capitaine d'état-major, qui était membre associé de la Société depuis l'année 1886.

M. V. Riston fait don à la Société d'une notice qu'il a publiée sur *les dunes mouvantes d'Aïn-Sefra* (Algérie).

Le président donne lecture d'une lettre invitant les membres de la Société à assister à la séance publique de l'Académie de Stanislas qui aura lieu le 22 mai 1890.

COMMUNICATIONS.

I. Zoologie. — M. Saint-Remy fait une communication sur le *cerveau des arthropodes*.

Quelques observations sont échangées entre l'auteur et M. Prenant.

II. Botanique. — M. Vuillemin communique à la Société quelques *notes mycologiques*.

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance du 2 juin 1890.

Présidence de M. Bleicher.

Membres présents : MM. Beaunis, Bichat, Bleicher, Blondlot, Chenut, Dumont, Fliche, Floquet, Mer, de Metz-Noblat, Millot, Stoeber, Vœlflin, Wohlgemuth.

Le président donne connaissance à la Société d'une invitation à assister au congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences qui aura lieu à Limoges du 7 au 14 août 1890.

COMMUNICATIONS.

I. Météorologie. — M. Millot fait une communication sur la *chute de foudre, le 19 mai 1890*, sur la maison de M. B..., à Nancy.

Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre l'auteur et MM. Blondlot, Bichat et Beaunis.

II. Géologie. — M. Bleicher fait une communication sur les *blocs erratiques du Haut-du-Roc* (Vosges).

Après cette communication, des observations sont échangées entre l'auteur et MM. Mer, Chenut et Wohlgemuth.

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance du 16 *juin* 1890.

Présidence de M. Bleicher.

Membres présents : MM. Barthélemy, Bertin, Bleicher, Blondlot, Brunotte, Bucquoy, Dumont, Friche, Floquet, Guntz, Hecht, Held, de Metz-Noblat, Millot, Riston, de Schauenbourg, Schlagdenhauffen, Wœlflin, Vuillemin, Volmerange.

COMMUNICATIONS.

I. — M. Floquet fait une communication sur l'*indétermination de l'attraction d'une plaque indéfinie.*

II. — M. Floquet fait une seconde communication sur l'*éclipse partielle de soleil du 17 juin 1890,* et donne les résultats de ses calculs sur les diverses apparences que présentera l'éclipse à Nancy.

Pour le Secrétaire annuel,
Brunotte.

Séance du 3 *juillet* 1890.

Présidence de M. Boppe, vice-président.

Membres présents: MM. Barthélemy, Bertin, Boppe, Dumont, Durand, Floquet, Hecht, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, de Schauenbourg, Wœlflin, Volmerange, Vuillemin.

M. Mer, membre de la Société, lui fait hommage des publications suivantes:

1° *Recherches sur les sapinières vosgiennes ;*

2° *Particularités de végétation que présentent, dans les Vosges, les* Hypoderma nervisequum *et* macrosporum, *ainsi que le* Chrysomixa abietis.

3° *Description d'une maladie nouvelle des rameaux de sapin.*

4° *Moyen d'activer l'allongement des jeunes sapins.*

COMMUNICATIONS.

I. Botanique. — M. Vuillemin fait une communication sur l'*anatomie comparée de la feuille dans le genre* Lotus.

II. Anatomie. — M. Nicolas fait une communication sur l'*histologie des glandes de Lieberkühn* chez quelques mammifères.

Pour le Secrétaire annuel,
Saint-Remy.

Séance du 15 juillet 1890.

Présidence de M. Bleicher.

Membres présents : MM. Bertin, Boppe, Brunotte, Dorez, Fliche, Floquet, Friant, Fromont, Held, Millot, Nicolas, Prenant, Schlagdenhauffen, de Schauenbourg, Vœlflin, Volmerange.

M. le Président annonce la mort de deux membres correspondants de la Société : MM. Ch. Grad, de Colmar, et Alphonse Favre, professeur de géologie à Genève.

COMMUNICATIONS.

I. Géologie. — M. Bleicher fait part à la Société des résultats de ses recherches sur la *répartition des phosphates d'origine organique dans le muschelkalk des environs de Nancy.*

II. Physiologie. — M. Nicolas fait une communication sur le *mode d'absorption de la graisse dans les cellules épithéliales de l'intestin grêle.*

Pour le Secrétaire annuel,
Brunotte.

Séance du 17 novembre 1890.

Présidence de M. Boppe, vice-président.

Membres présents : MM. Bertin, Blondlot, Boppe, Chenut, Dumont, Durand, Fliche, Hecht, Herrgott, de Metz-Noblat, Millot, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, Volmerange, Wohlgemuth.

Lecture est donnée à la Société d'une lettre de M. le préfet de Meurthe-et-Moselle, annonçant que le conseil général a maintenu au budget départemental de 1891 un crédit de 500 fr. en faveur de la Société. A l'unanimité des membres présents, la Société adresse ses remerciements à M. le préfet pour qu'ils soient transmis au conseil général.

La Société industrielle d'Amiens adresse l'exposé de diverses questions qui sont mises au concours pour l'année 1890-1891.

Enfin la Société est consultée relativement à une demande de souscription pour élever une statue au général Perrier dans la commune de Valleraugue (Gard). Elle regrette de ne pouvoir répondre favorablement à cette demande, pour ne pas créer un précédent.

M. Hecht, secrétaire général, propose de faire inscrire la Société des sciences sur la liste des membres fondateurs de l'Association des

amis de l'Université de Nancy. Cette motion, qui entraîne une dépense unique de 100 fr., est approuvée à l'unanimité.

COMMUNICATION.

Anatomie. — M. Prenant communique plusieurs observations relatives à la connaissance des *anomalies musculaires*.

Le Secrétaire annuel.
H. Chenut.

Séance du 1er décembre 1890.

Présidence de M. Bleicher.

La séance a lieu dans un des amphithéâtres de physique de la Faculté des sciences.

Membres présents : MM. Barthélemy, Bertin, Bleicher, Blondlot, Boppe, Charpentier, Chenut, Durand, Fliche, Guntz, Guyot, Haller, Hasse, Hecht, Herrgott, Millot, Muller, Schlagdenhauffen, Petit, Vœlflin, Volmerange, Wohlgemuth.

La Société fixe son ordre du jour pour la séance générale annuelle qui doit avoir lieu le 15 décembre.

COMMUNICATIONS.

I. Géologie. — 1° M. Bleicher fait une communication sur un *nouveau gisement houiller dans les Vosges*, près du Bonhomme.

2° M. Chenut fait une communication sur les *terrains anciens des environs de Lubine dans les Vosges*.

II. Physique. — M. Blondlot fait une communication sur la *détermination des constantes diélectriques à l'aide d'oscillations très rapides*.

Le Secrétaire annuel,
H. Chenut.

Séance générale annuelle du 15 décembre 1890.

Présidence de M. Bleicher

Membres présents : MM. Arth, Barthélemy, Bichat, Bleicher, Blondlot, Boppe, Brunotte, Bucquoy, Chenut, Chevalier, Dumont, Durand, Fliche, Floquet, Guntz, Guyot, Haller, Hecht, Held, Klobb, Millot, Monal, Muller, Petit, Schlagdenhauffen, Vœlflin, Volmerange, Wohlgemuth.

Un grand nombre de personnes étrangères à la Société assistaient en outre à cette séance générale annuelle.

Présentation. — MM. VOLMERANGE et BLEICHER présentent à la Société la candidature comme membre titulaire de M. Marx, inspecteur général des ponts et chaussées en retraite.

COMMUNICATIONS.

I. — M. FLOQUET lit une *notice sur la vie et les travaux de M. Mathieu, professeur à la Faculté des sciences de Nancy.*

II. Paléontologie. — M. FLICHE fait une communication sur les *fossiles des exploitations de phosphates de la Meuse.*

III. Chimie. — MM. HALLER et HELD font une communication sur la *synthèse de l'acide citrique.*

Le Secrétaire annuel,
H. CHENUT.

ÉTUDE

DE CINÉMATIQUE

A DEUX ET A TROIS DIMENSIONS[1]

Par A. CALINON

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

IX

Composition des ellipses homographiques.

72. Nous avons déjà rencontré (65) un cas de la composition des ellipses homographiques; nous allons maintenant exposer cette théorie d'une façon générale; mais nous allons d'abord rappeler quelques points de la théorie très connue de la composition des segments de droite.

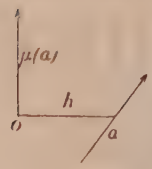
Étant donnés plusieurs segments a_1, a_2, a_3, définis en grandeur, direction et sens, passant tous par le même point O, on les porte, à partir de ce point, les uns à la suite des autres et l'on obtient ainsi en joignant le point O à l'extrémité du dernier segment un nouveau segment r qui est la résultante des segments $a_1, a_2, a_3 \ldots$. Si les segments $a_1, a_2, a_3 \ldots$ ne sont pas concourants on peut toujours les transporter parallèlement à eux-mêmes en un même point O et former en ce point leur résultante r, laquelle s'appelle leur résultante de translation en O.

Déterminer ainsi la résultante de segments concourants, c'est

1. Voir *Bulletin de la Société des sciences*, fasc. XXIII. 1889.

les composer; ces segments s'appellent, par rapport à leur résultante, les composantes.

Le moment $\mu(a)$ d'un segment a par rapport au point O est un second segment, porté en sens convenable à partir du point O sur la normale au plan passant par O et a, et égal au produit ah, h étant la distance du point O au segment a.



Si l'on prend en un point O les moments $\mu(a_1)$, $\mu(a_2)$,... d'un système de segments a_1, a_2,... et que l'on compose en O les segments concourants $\mu(a_1)$, $\mu(a_2)$,... leur résultante est le moment en O du système des segments a_1, a_2,...; nous désignerons ce moment par la notation $\mu(a_1, a_2,...)$

73. Deux systèmes de segments sont dits équivalents lorsqu'ils ont même moment, en grandeur, direction et sens, par rapport à un même point de l'espace d'ailleurs quelconque.

Nous nous bornerons à rappeler les cas les plus simples de l'équivalence.

Un système de segments concourants et leur résultante telle que nous l'avons définie (72) sont équivalents.

Un système de segments parallèles est équivalent à un segment unique, convenablement placé, parallèle aux segments composants et égal à leur somme algébrique.

Deux systèmes sont équivalents quand ils ont même résultante de translation (72) et, en un point seulement de l'espace, même moment.

Deux systèmes sont équivalents quand ils ont même moment en trois points de l'espace non situés en ligne droite.

Composer un système de segments, c'est le ramener au système le plus simple qui lui soit équivalent.

Des systèmes de segments concourants ou parallèles, de segments situés dans un même plan peuvent se ramener, d'une seule manière, à un segment unique équivalent qui est leur résultante.

Un système de segments quelconques peut se ramener, d'une infinité de façons, soit à un système de deux segments, soit à un système consistant en un segment et en un couple de segments, le couple étant, comme on sait, l'ensemble de deux segments égaux, parallèles et de sens contraire.

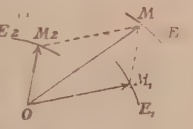
Soient dans ce dernier cas r le segment unique et c le couple auxquels on ramène le système, la réduction étant faite en un point O, d'après la méthode connue; r est la résultante de translation du système au point O et $\mu(c)$ est le moment du système en ce même point.

Enfin, on peut toujours faire cette réduction en un point O choisi de telle sorte que $\mu(c)$ soit dirigée suivant r; la droite sur laquelle se trouvent ainsi r et $\mu(c)$ est l'axe central du système.

74. Soient deux ellipses E_1 et E_2 concentriques et homographiques et composons deux rayons homologues OM_1 et OM_2 en leur résultante OM; désignons par $x_1\ y_1\ z_1$ les coordonnées de M_1, par $x_2\ y_2\ z_2$ et $x\ y\ z$ celles de M_2 et de M; on a, d'après les formules connues :

$$x = x_1 + x_2 \quad y = y_1 + y_2 \quad \text{et} \quad z = z_1 + z_2.$$

Mais M_1 et M_2 étant deux points homologues des ellipses homographiques, x_2, y_2 et z_2 sont des fonctions linéaires et homogènes de x_1, y_1 et z_1, donc x, y et z sont aussi des fonctions linéaires et homogènes de x_1, y_1 et z_1; par suite les points M et M_1 décrivent également des figures homographiques; ainsi la résultante OM est le rayon homologue à OM_1 et OM_2 d'une ellipse E homographique aux précédentes; nous dirons que cette ellipse E est la résultante des deux ellipses E_1 et E_2. Cela s'étend de proche en proche à un système quelconque d'ellipses homographiques de même centre; un pareil système peut toujours se ramener à une ellipse résultante homographique et de même centre.



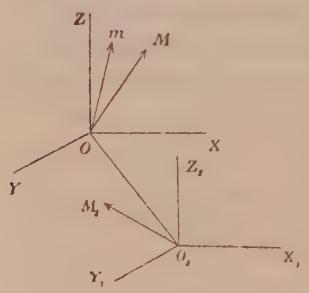
Un système d'ellipses homographiques, mais non concentriques étant donné, transportons-les parallèlement à elles-mêmes de façon à ce qu'elles aient toutes leur centre en O et construisons leur ellipse résultante en ce point; on a ainsi l'ellipse résultante de translation du système au point O. Cette ellipse est évidemment la même, quant à la grandeur, la direction et le sens de ses rayons quel que soit le point O.

75. Prenons le rayon OM d'une ellipse E de centre O; les coordonnées $x\ y\ z$ du point M sont les composantes suivant les trois

axes OX, OY et OZ. Soit O_1M_1 le moment de OM au point O_1, dont les coordonnées sont $\alpha\beta\gamma$; les trois composantes $x_1 y_1 z_1$ de O_1M_1 suivant les axes O_1X_1, O_1Y_1 et O_1Z_1 parallèles aux précédents sont les coordonnées du point M_1 par rapport à ces nouveaux axes et l'on a, d'après les formules connues :

$$x_1 = \gamma y - \beta z \qquad y_1 = \alpha z - \gamma x \text{ et } z_1 = \beta x - \alpha y$$

x_1, y_1 et z_1 étant ainsi des fonctions linéaires et homogènes de x, y et z, on voit que M_1 décrit une ellipse E_1 homographique à l'ellipse E : E_1 est l'ellipse des moments de E au point O_1.



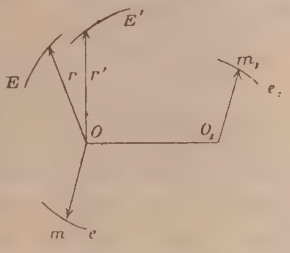
Ce résultat s'obtient d'ailleurs très facilement par la géométrie : le moment O_1M_1 de OM est en effet le moment de Om projection de OM sur le plan perpendiculaire en O à OO_1 ; or l'ellipse e, lieu de m, est homographique à l'ellipse E dont elle est la projection. Mais O_1M_1 égal à $Om \times OO_1$ est proportionnel à Om ; on en déduit aisément que le segment O_1M_1 perpendiculaire à Om et situé dans un plan parallèle à celui que décrit Om engendre une ellipse E_1 semblable à l'ellipse e et par conséquent homographique à l'ellipse E.

Soit un système S d'ellipses homographiques $E_1, E_2, E_3 \ldots$; prenons en un même point I leurs ellipses de moment $E_1', E_2', E_3' \ldots$; ces ellipses concentriques et homographiques se composent (74) en une seule ellipse E′ de centre I, homographique aux précédentes ; E′ est l'ellipse des moments en I du système d'ellipses S.

76. Prenons dans le système d'ellipses homographiques S un système s de rayons homologues $r_1, r_2, r_3, \ldots$; ramenons le système s à sa résultante de translation r et à son moment $\mu.(r_1 r_2 \ldots) = r'$ au point O.

Nous savons que r et r' sont respectivement les rayons homologues de l'ellipse résultante de la translation E du système S et de l'ellipse des moments E′ en O ; ainsi le système S est ramené en O à l'ellipse de translation et à l'ellipse des moments. Mais r' peut

toujours être considéré comme représentant un couple de segments Om, O_1m_1 dans lequel il est permis de supposer OO_1 constant et perpendiculaire au plan de l'ellipse des moments E′; on a d'ailleurs $r' = OO_1 \times Om$ et par suite Om, proportionnel et perpendiculaire à r' et de plus situé dans le même plan que r', engendre dans ce plan une ellipse e semblable à l'ellipse E′ et par suite homographique aux ellipses du système S; il résulte également de là que le rayon O_1m_1 engendre dans un plan parallèle une seconde ellipse e_1 formant couple avec l'ellipse e et également homographique aux ellipses S. Le système S se trouve ainsi ramené à un système équivalent comprenant les trois ellipses homographiques E, e et e_1; mais les deux premières ellipses concentriques ont une ellipse résultante E_1 de même centre; donc finalement le système S se ramène aux deux ellipses E_1 et e_1. Cette réduction d'un système quelconque d'ellipses homographiques à deux ellipses homographiques est évidemment possible d'une infinité de manières.



Nous avons désigné, dans ce qui précède, par s un système de rayons homologues $r_1, r_2, r_3\ldots$ des ellipses homographiques; soit s' un second système de rayons homologues $r_1', r_2', r_3'\ldots$; si r_1 et r_1' sont deux directions conjuguées de l'une des ellipses, il en est de même des autres rayons pris deux à deux (6) et s et s' sont appelés pour cette raison systèmes de rayons conjugués. La composition du système S d'ellipses revient d'après cela à la composition des deux systèmes conjugués s et s', lesquels donnent, par exemple, dans l'ellipse résultante de translation ou dans l'ellipse des moments deux rayons conjugués, ce qui détermine complètement ces ellipses.

77. Une ellipse E_1 homographique à une ellipse E peut, dans certains cas, se réduire à une droite, c'est-à-dire à son grand axe : nous en avons déjà rencontré un exemple pour l'ellipse des vitesses d'un point (10).

Dans une ellipse réduite à une droite AA′, les rayons sont les segments issus du milieu O de AA′ et aboutissant à un point quel-

conque de AA′ situé entre A et A′; tous ces rayons ont donc même direction et l'un de ces rayons est nul.

Réciproquement une ellipse se réduit à son grand axe AA′ soit lorsque l'un de ses rayons est nul, soit lorsque deux de ses rayons ont même direction.

Enfin, lorsque deux rayons sont nuls à la fois, l'ellipse se réduit à un point et tous ses rayons sont nuls.

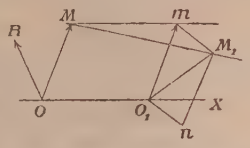
78. Soit un système S d'ellipses homographiques situées toutes dans un même plan P; un système s de rayons homologues $r_1, r_2 \ldots$ situés dans ce plan s'y ramène à une résultante unique r (73); soit de même la résultante unique r' d'un second système s' de rayons homologues : r et r' situés dans le plan P s'y rencontrent en un point O; cherchons en ce point l'ellipse des moments de S; $\mu(r)$ et $\mu(r')$ sont évidemment deux rayons de cette ellipse; or, r et r' passant par O, ces deux moments sont nuls; par conséquent, l'ellipse des moments, ayant deux rayons nuls, se réduit à un point (77) et tous ses autres rayons sont nuls. Donc, si r'' est la résultante d'un troisième système quelconque s'' de rayons homologues, le moment $\mu(r'')$ en O est nul et par suite r'' passe en O : comme d'ailleurs r, r', r'' sont respectivement les résultantes de translation en O des systèmes s, s', s'', on en conclut que r, r' et r'' sont des rayons de l'ellipse résultante de translation en O du système S. Cette ellipse de translation unique équivaut donc au système S. Ainsi, un système d'ellipses homographiques situés dans un même plan se ramène à une seule ellipse homographique située dans ce même plan.

79. Les ellipses des moments, pour les divers points de l'espace, d'un même système d'ellipses homographiques sont évidemment des ellipses homographiques; nous allons étudier ces ellipses.

Considérons d'abord un système s de rayons homologues ramenés en O à la résultante de translation OR et au moment OM; voyons comment varie OM quand le point O se déplace sur une droite OX.

On sait que le moment O_1M_1 en O_1 est la résultante de O_1m égal et parallèle à OM et de $\mu(OR)$, moment pris en O_1; ce mo-

ment O_1n est perpendiculaire au plan ROX et il est, comme grandeur, proportionnel à OO_1 ; complétons le parallélogramme de composition O_1mM_1n ; quand le point O_1 décrit OX, le plan P de ce parallélogramme reste évidemment parallèle à lui-même et mM_1 varie proportionnellement à OO_1 ou à Mm ; il en résulte que le point M_1 décrit une droite MM_1. Donc O_1M_1 s'appuie sur deux droites fixes MM_1 et OX et reste parallèle au plan P ; par suite O_1M_1 engendre un paraboloïde réglé et le point M_1 décrit une génératrice de ce paraboloïde.



Il suit évidemment de là que si l'on connaît les moments OM et O_1M_1 de s en deux points O et O_1, on connaît aussi le moment en un point quelconque de la droite OO_1.

On voit aisément que, si OM est perpendiculaire à OX, le plan P est aussi perpendiculaire à OX et par conséquent la droite O_1M_1 également. Donc, quand un des moments OM est perpendiculaire à OX, tous les moments le long de cette droite sont aussi perpendiculaires à cette droite.

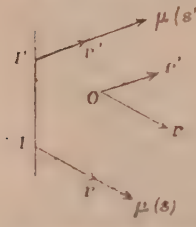
Si maintenant nous considérons, en O, l'ellipse des moments dont OM est un rayon, on voit que quand OO_1 est perpendiculaire au plan de cette ellipse, cette perpendicularité subsiste tout le long de la droite OO_1 ; les ellipses des moments aux divers points d'une pareille droite sont donc situées dans des plans parallèles.

Il suffit évidemment, pour que OO_1 soit perpendiculaire au plan de l'ellipse des moments, que cette droite soit perpendiculaire à deux rayons de cette ellipse.

80. Ramenons un système S d'ellipses homographiques à l'ellipse résultante de translation E et à l'ellipse E′ des moments en un point O ; en général, ces ellipses E et E′ sont dans des plans différents ; cherchons le lieu du point O pour lequel les plans de ces ellipses se confondent.

Remarquons d'abord que le plan de l'ellipse E′ reste toujours parallèle à lui-même quel que soit le point O. Prenons dans les ellipses S un système s de rayons homologues dont la résultante de translation en O est un rayon r de E ; l'axe central de s (73) est, comme on sait, parallèle à r. Il suit de là que les axes cen-

traux de tous les systèmes de rayons comme s sont parallèles aux divers rayons de l'ellipse E et par conséquent au plan de cette ellipse. Soient IN et I′N′ les axes centraux de deux systèmes s et s' correspondant aux rayons r et r' de l'ellipse E ; désignons par II′ la perpendiculaire commune à ces deux axes centraux, laquelle est perpendiculaire au plan de E.



Le moment $\mu(s)$ au point I, étant dirigé suivant IN, est perpendiculaire à II′ ; par conséquent, en un point quelconque de II′, $\mu(s)$ est perpendiculaire à cette droite (79). Cela est vrai aussi pour le moment $\mu(s')$; donc, en un point quelconque de II′, l'ellipse des moments de S est dans un plan perpendiculaire à II′ ; par suite, pour tous les points de II′, l'ellipse des moments et l'ellipse résultante de translation sont dans un même plan. Cela n'a lieu du reste que pour les points de II′, car en dehors de II′ $\mu(s)$, par exemple, change de direction et par conséquent cesse en général d'être perpendiculaire à II′ et l'ellipse des moments ne peut plus être dans un plan parallèle au plan de E.

Il résulte évidemment de là que tous les axes centraux des systèmes s rencontrent II′ et coupent cette droite sous un angle droit.

On en conclut encore que le lieu des axes centraux est un conoïde droit dont l'axe est II′.

81. Ramenons donc le système S en un point O de l'axe du conoïde, à l'ellipse E résultante de translation et à l'ellipse E′ des moments, ces deux ellipses homographiques situées dans un même plan perpendiculaire à l'axe OZ du conoïde ; prenons les axes de coordonnées OX et OY dans ce plan et OZ dirigé suivant l'axe du conoïde. Un système s de rayons homologues se ramène en O à la résultante r dont les composantes sont x et y et au moment $\mu(s)$ dont les composantes sont X et Y suivant les axes OX et OY, les composantes suivant OZ étant nulles. Mais r et $\mu(s)$ sont des rayons homologues des ellipses homographiques E et E′ ; on peut donc poser :

$$X = mx + ny \qquad \text{et} \qquad Y = m'x + n'y \tag{1}$$

Le moment de s en un point P $(\alpha\beta\gamma)$ de l'espace a donc, d'après

des formules connues, pour composantes L, M, N suivant les axes :

$$L = X + \gamma y, \quad M = Y - \gamma x, \quad N = \beta x - \alpha y \qquad (2)$$

ou, d'après les relations (1) :

$$L = mx + (n+\gamma)y, \quad M = (m'-\gamma)x + n'y, \quad N = \beta x - \alpha y \qquad (3)$$

L'élimination de x et y entre ces trois équations (3) et l'équation de l'ellipse E donnerait les équations de l'ellipse des moments au point P, L, M et N étant considérés comme les coordonnées courantes.

82. Cherchons les conditions nécessaires pour que l'ellipse des moments se réduise à une ligne droite : il faut pour cela que le moment $\mu(s)$ en P ait une direction constante quel que soit s, c'est-à-dire quels que soient x et y ; si $\mu(s)$ est de direction constante, ses composantes L, M et N doivent rester proportionnelles ; c'est ce qu'on exprimera en posant par exemple :

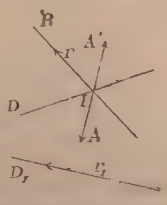
$$\frac{L}{M} = \frac{mx + (n+\gamma)y}{(m'-\gamma)x + n'y} = \text{const.} \quad \text{et} \quad \frac{L}{N} = \frac{mx + (n+\gamma)y}{\beta x - \alpha y} = \text{const.}$$

Ces rapports devant être indépendants de x et y, il vient :

$$\frac{m}{m'-\gamma} = \frac{n+\gamma}{n'} \qquad \text{et} \qquad \frac{m}{\beta} = -\frac{n+\gamma}{\alpha} \qquad (4)$$

Ces deux équations réunies représentent évidemment deux droites réelles ou imaginaires rencontrant l'axe OZ du conoïde et parallèles au plan de l'ellipse E. La première de ces équations donne les points où ces droites rencontrent OZ ; la seconde fournit le coefficient angulaire en fonction de γ.

Supposons ces deux droites réelles et désignons-les par D et D_1 ; soit AA′ l'ellipse des moments, réduite à une droite, en un point I de D ; l'un des rayons de cette ellipse étant nul (77), il y a un système de rayons homologues s pour lequel on a, au point I, $\mu(s) = 0$; ce système se réduit donc à sa résultante de translation r au point I. Dès lors, le moment de ce système en un point quelconque de la droite IR est nul et par suite l'ellipse des moments, tout le long de IR, a un rayon nul et se réduit à une droite, ce qui exige que IR coïncide avec D. Le même raisonnement est applicable à D_1 ; par

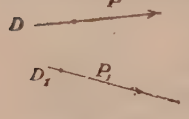


conséquent, parmi tous les systèmes s, il y en a deux qui se réduisent à une résultante unique et ces deux résultantes sont situées respectivement sur D et D_1. Si r_1 est la résultante du second système, résultante dirigée suivant D_1, on voit que le moment de r_1 au point I est normal au plan ID_1, c'est la direction de AA'. Ainsi, en un point I de la droite D, l'ellipse droite des moments est perpendiculaire au plan passant par ce point et par la droite D_1.

83. Nous avons dit qu'un système s de segments pouvait se ramener d'une infinité de manières à deux segments ρ et ρ' (73) ; soient L et L' les droites sur lesquelles se trouvent ρ et ρ' : L et L' sont deux droites conjuguées ; mais nous les appellerons ici droites réciproques pour éviter toute confusion avec les rayons conjugués dans les ellipses homographiques. On peut, pour composer le système s, se donner arbitrairement une droite L, sa réciproque L' est alors déterminée et en même temps ρ et ρ'.

Rappelons une propriété connue de ces droites réciproques L et L' ; si la droite L passe par un point fixe F, sa réciproque reste dans un même plan P qui passe par F ; ce point est le foyer du plan et il est caractérisé par cette propriété que $\mu.(s)$ y est normal au plan. Ce moment est en effet la résultante de $\mu.(\rho)$ qui est nul puisque ρ passe par F et de $\mu.(\rho')$ qui est normal au plan puisque ce plan contient ρ'.

84. Revenons au système d'ellipses homographiques S et aux droites que nous avons désignées précisément par les lettres D et D_1. On peut toujours ramener (83) un système s de rayons homologues à deux segments ρ et ρ_1 dont l'un, le premier, situé sur D et le second sur la réciproque de D. Or, le moment de s en un point quelconque I de D se réduit évidemment à $\mu.(\rho_1)$ et comme ce moment est normal au plan ID_1 (82), il en résulte que ρ_1 est situé dans ce plan ; cela ayant lieu pour un point quelconque de D, ρ_1 qui doit appartenir à tous les plans comme ID_1 qui passent par D_1, est situé sur D_1.

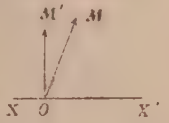


Ainsi, un système quelconque s de rayons homologues peut toujours se ramener à deux segments situés sur D et D_1 ; on peut encore dire que D et D_1 sont deux droites réciproques communes à tous les systèmes s.

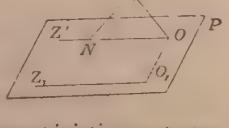
85. Soit E l'ellipse des moments en O du système d'ellipses homographiques S et supposons que le point O décrive la droite XX′ ; prenons deux rayons OM et OM′ de l'ellipse E, ces rayons représentant les moments $\mu(s)$ et $\mu(s')$ de deux systèmes de rayons.

Pour que le plan de E contienne la droite XX′, il faut et il suffit évidemment que OM, OM′ et XX′ soient dans un même plan ou, ce qui revient au même, que les deux plans MOX et M′OX coïncident.

Mais, quand le point O décrit la droite XX′, les deux droites OM et OM′ engendrent deux paraboloïdes réglés (79) dont les plans MOX et M′OX sont respectivement les plans tangents en O ; or, on sait que ces deux paraboloïdes ont même plan tangent en deux points réels ou imaginaires de la génératrice commune XX′. Donc, en ces deux points et seulement en ces points, le plan de E contient XX′. Si cette circonstance se présentait pour trois points de XX′, les deux paraboloïdes considérés auraient même plan tangent tout le long de XX′ et pour tous les points de cette droite le plan de l'ellipse E contiendrait XX′.

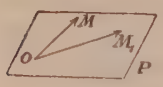


86. Voyons maintenant comment varie l'ellipse des moments aux divers points d'un même plan P. Rappelons d'abord un théorème connu de la composition des segments ; soit OZ l'axe central d'un système de segments s, lequel axe rencontre en O le plan P ; réduisons ce système s à sa résultante de translation OR et à son moment OM en O. Projetons OZ en OZ′ sur le plan P ; construisons le triangle OMN rectangle en M ; sur OO_1, perpendiculaire dans le plan P à OZ′, prenons OO_1 tel qu'on ait $OO_1 \times OR = MN$ et traçons par O_1 la parallèle O_1Z_1 à OZ′ ; en un point quelconque de O_1Z_1 le moment $\mu(s)$ est dirigé suivant O_1Z_1 et cette droite est le lieu des points du plan P où $\mu(s)$ est situé dans ce plan. Cette droite O_1Z_1 est la caractéristique du plan P. On vérifie aisément que pour des plans parallèles les caractéristiques appartiennent à un même plan parallèle à l'axe central et perpendicu-



laire à tous ces plans. Les plans perpendiculaires à l'axe central ont leurs caractéristiques rejetées à l'infini.

Revenons maintenant à notre système S d'ellipses homographiques et soit E l'ellipse des moments au point O du plan P; prenons deux systèmes s et s_1 de rayons homologues de ces ellipses;



$\mu(s)$ et $\mu(s_1)$ sont en O deux rayons OM et OM_1 de l'ellipse E et pour que cette ellipse soit située dans le plan P, il faut et il suffit que OM et OM_1 soient situés dans ce plan, ce qui exige que le point O soit à la fois sur la caractéristique du plan relative à s et sur celle relative à s_1; cette position du point O est donc unique; il résulte évidemment de là que les caractéristiques du plan relatives à tous les systèmes comme s passent par ce point unique que nous appellerons le point central.

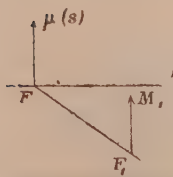
Ainsi, il y a dans un plan un point et un seul pour lequel l'ellipse des moments est située dans ce plan et toutes les caractéristiques du plan passent par ce point.

Nous ajouterons qu'en ce point $\mu(s)$ est toujours dirigé suivant la caractéristique relative à s.

87. Soit F le foyer du plan P (83) relatif au système s de rayons homologues; nous avons dit qu'en F $\mu(s)$ est perpendiculaire à P; $\mu(s)$ étant d'ailleurs un rayon de l'ellipse E des moments en F, il en résulte que le plan de E est perpendiculaire à P; réciproquement, si le plan de E est perpendiculaire à P, E a un rayon perpendiculaire à P et le centre de E est foyer du plan.

La perpendiculaire FD au plan de l'ellipse E est située dans le plan P et nous savons que si le point F se déplace sur FD, l'ellipse E reste dans un plan perpendiculaire à FD (79) et par suite perpendiculaire au plan P; donc tous les points de FD sont foyers du plan P.

Cette droite contient d'ailleurs tous les foyers de ce plan, car,

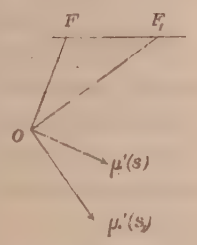


soit en dehors de FD un foyer F_1 où le moment F_1M_1 d'un système de rayons homologues est normal au plan P; désignons par $\mu'(s_1)$ le moment de s_1 au point F; F_1M_1 étant normal à la droite FF_1, $\mu'(s_1)$ est aussi normal à cette droite (79). Mais $\mu'(s_1)$ étant évidemment un rayon de l'ellipse des moments E, est perpendiculaire à FD;

$\mu'(s_1)$, perpendiculaire à FD et FF_1, est perpendiculaire au plan P, ce qui est impossible, car F serait alors un foyer du plan pour le système s_1 auquel correspondraient deux foyers.

Ainsi la droite FD est le lieu des foyers du plan P pour tous les systèmes s de rayons homologues.

88. Soient s et s_1 deux systèmes conjugués auxquels correspondent dans le plan P deux foyers F et F_1 que nous appellerons conjugués. En F et F_1, $\mu(s)$ et $\mu(s_1)$ sont perpendiculaires au plan P; si O est le point central du plan P (86), le moment $\mu'(s)$ en O est d'une part perpendiculaire à OF comme $\mu(s)$ (79) et d'autre part situé dans le plan P, puisque l'ellipse des moments en O est dans ce plan (86). De même, $\mu'(s_1)$ en O est situé dans le plan P et perpendiculaire à OF_1; mais s et s_1 étant des systèmes conjugués, $\mu'(s)$ et $\mu'(s_1)$ sont deux rayons conjugués de l'ellipse des moments en O; on en déduit que OF et OF_1, perpendiculaires à ces deux rayons, sont en involution et par suite aussi les points F et F_1 sur la droite fixe FF_1.



Ainsi, sur la droite des foyers, deux foyers conjugués sont en involution; les points doubles de cette involution sont d'ailleurs imaginaires comme les rayons doubles de l'involution des rayons $\mu'(s)$ et $\mu'(s_1)$.

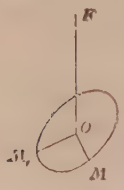
Remarquons enfin que $\mu'(s)$ et $\mu'(s_1)$ sont les caractéristiques du plan P pour s et s_1 (86) : ces caractéristiques sont donc normales aux droites qui joignent le point O aux foyers respectifs de ces systèmes.

89. Nous donnerons au lieu des foyers d'un plan P le nom de droite focale. Nous avons vu qu'en un point quelconque de la droite focale le plan de l'ellipse des moments est perpendiculaire à cette droite; cela suffit pour que la droite soit focale. Il en résulte que la droite focale du plan P est focale pour tous les plans passant par cette droite : on peut dire aussi qu'une droite D, perpendiculaire en un point O au plan de l'ellipse des moments en O, est focale pour tous les plans qui la contiennent.

Considérons la droite focale OF normale en O au plan de l'el-

lipse des moments en ce point ; prenons deux rayons $OM = \mu(s)$ et $OM_1 = \mu(s_1)$ de cette ellipse.

Quand le point O se déplace sur OF, OM et OM_1 engendrent deux paraboloïdes réglés (79), lesquels ont même plan tangent en deux points réels ou imaginaires de la génératrice OF ; en ces deux points $\mu(s)$ et $\mu(s_1)$ coïncident et par suite l'ellipse des moments s'y réduit à une droite (77) ; ces deux points appartiennent donc aux droites réciproques communes D et D_1 (84).



Ainsi, toute droite focale rencontre D et D_1. Réciproquement, toute droite qui rencontre D et D_1 est focale : en effet, par un point O de l'espace, on ne peut mener qu'une droite rencontrant D et D_1 ; cette droite est donc nécessairement la focale qui passe par O, puisque cette focale, normale au plan de l'ellipse des moments en O, est unique et rencontre D et D_1.

Donc, pour qu'une droite soit focale, il faut et il suffit qu'elle rencontre D et D_1.

On obtient, d'après cela, la focale d'un plan en joignant les deux points où ce plan est rencontré par les droites D et D_1.

90. Supposons qu'un plan P tourne autour d'une droite fixe L, sa droite focale rencontre cette droite L et aussi les deux droites réciproques communes D et D_1 (89) ; le lieu de cette focale est donc un hyperboloïde réglé H ; nous désignerons par G le système des génératrices qui consistent dans les lignes focales et par G′ le second système qui comprend notamment les droites L, D et D_1.

L étant une droite fixe, cherchons le lieu de sa réciproque L_1 par rapport à un système quelconque s de rayons homologues des ellipses homographiques. Si P est un certain plan passant par L, L_1 réciproque de L passe par le foyer de P relatif au système s (83) ; L_1 rencontre donc toutes les focales des plans P qui passent par L ; on en déduit que le lieu de L_1 est l'hyperboloïde H, lieu de ces lignes focales. Ces génératrices L_1 de l'hyperboloïde H appartiennent au système G′ comme les droites L, D et D_1.

Soit G la focale du plan P ; si L_1 et L_1' sont deux réciproques conjuguées de L, c'est-à-dire deux réciproques correspondant à deux systèmes de rayons conjugués s et s', L_1 et L_1', rencontrent

G en deux points qui sont des foyers conjugués du plan P (88) ; on en conclut que deux réciproques conjuguées L_1 et L_1' rencontrent une génératrice quelconque du système G de l'hyperboloïde H en deux points qui sont en involution (88).

Remarquons enfin que si la droite L varie, l'hyperboloïde H varie, mais en passant toujours par les deux droites fixes D et D_1 ; deux de ces hyperboloïdes se coupent donc suivant quatre génératrices.

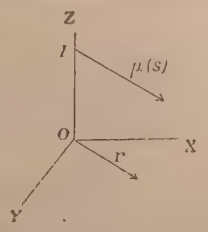
91. On retrouve très aisément par l'analyse les résultats précédents ; sans entrer dans le détail de calculs qui ne présentent aucune difficulté, nous nous bornerons à faire remarquer que si $A\alpha + B\beta + C\gamma + D = 0$ est l'équation d'un plan, on obtient les coordonnées de son foyer $(\alpha\beta\gamma)$ en exprimant qu'en ce point le moment est perpendiculaire au plan : en se reportant à des formules précédentes (81), on a ainsi :

$$\frac{mx + (n+\gamma)y}{A} = \frac{(m'-\gamma)x + n'y}{B} = \frac{\beta x - \alpha y}{C}$$

ce qui, avec l'équation du plan, détermine $\alpha\beta\gamma$.

Si on élimine x et y entre ces trois équations, on retrouve le lieu des foyers pour s quelconque, c'est-à-dire la ligne focale. En exprimant que le plan en question passe par une droite fixe on trouvera, en éliminant le paramètre variable qui figure dans l'équation du plan, l'équation de l'hyperboloïde, lieu de la focale.

92. Nous allons, pour terminer cette question, chercher l'équation du conoïde des axes centraux de tous les systèmes s (80). Prenons comme axe OZ l'axe même du conoïde, de sorte qu'en O l'ellipse des moments et l'ellipse résultante de translation sont situées dans le plan des XY. Soit donc un système s dont la résultante de translation en O est le rayon r de l'ellipse de translation, rayon qui a pour composantes, suivant les axes, x et y. L'axe central de s s'obtient en cherchant sur OZ le point I pour lequel $\mu(s)$ est parallèle à r. Or, on a pour les composantes de $\mu(s)$ suivant les axes (81) :



$$L = mx + (n+\gamma)y \qquad M = (m'-\gamma)x + n'y$$

Ce moment sera parallèle à r si l'on a :

$$\frac{mx+(n+\gamma)y}{x}=\frac{(m'-\gamma)x+n'y}{y} \qquad (1)$$

Dans cette équation, γ est la coordonnée z d'un point quelconque de $\mu(s)$ et $\frac{y}{x}$ est le coefficient angulaire de r ou de $\mu(s)$: par suite, en remplaçant γ par z dans l'équation (1), on a le lieu de la droite $\mu(s)$ pour s ou γ quelconques; c'est donc l'équation du conoïde cherché, laquelle est ainsi :

$$\frac{mx+(n+z)y}{x}=\frac{(m'-z)x+n'y}{y}$$

ou :

$$(m'-z)x^2+(n'-m)xy-(n+z)y^2=0. \qquad (2)$$

Pour $z=K$, on obtient deux génératrices du conoïde; si les axes des coordonnées OX et OY sont dirigées suivant les bissectrices de ces deux génératrices, on a évidemment $n'=m$ et l'équation se réduit à :

$$(m'-z)x^2-(n+z)y^2=0. \qquad (3)$$

Le conoïde a ainsi deux plans de symétrie : les plans ZOX et ZOY. Le coefficient angulaire de la génératrice $\frac{x}{y}$ est réel en même temps que le radical $\sqrt{\frac{m'-z}{n+z}}$, c'est-à-dire quand z est compris entre m' et $-n$; ainsi ces deux valeurs de z donnent les deux génératrices limites du conoïde.

Les deux droites réciproques D et D_1 ont, comme nous le savons (82), pour équations :

$$\frac{m}{m'-z}=\frac{n+z}{n'} \text{ et } \frac{m}{y}=-\frac{n+z}{x}$$

ou, en les rapportant aux mêmes axes de coordonnées que le conoïde, c'est-à-dire en supposant $m=n'$

$$\frac{y}{x}=-\frac{m}{n+z}=-\frac{m'-z}{m} \text{ d'où } \frac{y^2}{x^2}=\frac{m(m'-z)}{(n+z)m}$$

et

$$\frac{y}{x}=\sqrt{\frac{m'-z}{n+z}}.$$

On en conclut que ces deux droites D et D_1 appartiennent au conoïde, ce que nous savions déjà (82) puisqu'un système s peut se ramener à une résultante unique située sur D, par exemple, qui est ainsi un axe central. Si l'on considère dans un plan $z = k$ l'ellipse de translation et l'ellipse des moments au point où ce plan est rencontré par OZ, ces deux ellipses sont situées dans ce plan $z = k$ (79). A un système s correspond dans ces ellipses homographiques deux rayons homologues r et μ. (s); ces deux rayons, engendrant deux faisceaux homographiques, se confondent pour les deux rayons doubles réels ou imaginaires; ces deux rayons doubles sont donc deux axes centraux ou deux génératrices du conoïde.

X

Mouvement à deux dimensions d'une figure plane.

93. Soit une figure F de forme fixe se déplaçant dans son plan et imaginons les déplacements infiniment petits de F qui correspondent aux déplacements très petits du point T suivant les rayons d'un cercle infinitésimal; chaque point de F décrit alors un rayon d'une ellipse infiniment petite et les ellipses relatives aux divers points de F sont toutes homographiques entre elles (7).

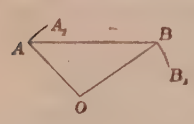
Mais, de plus, ces ellipses satisfont encore à d'autres conditions qui résultent de l'invariabilité des distances respectives des divers points de la figure F.

Rappelons d'abord que le déplacement à u. d. et infiniment petit d'une figure plane dans son plan est une rotation autour d'un centre instantané O, rotation qu'on peut représenter par un point numérique $(O\,\omega)$, ω étant la vitesse de cette rotation (4).

Dans cette rotation de la figure plane, une droite de cette figure touche son enveloppe en un point O′ qui est la projection de O sur la droite, dont la vitesse angulaire est évidemment représentée par le point numérique $(O'\,\omega)$ (34).

Soient maintenant deux points A et B de la figure F; lorsque T décrit un rayon du cercle infinitésimal, les deux points A et B décrivent les deux rayons homologues AA_1 et BB_1 de leurs ellipses

homographiques ; dans ce déplacement infiniment petit à u. d. de F, le centre instantané O est, comme on sait, l'intersection des perpendiculaires AO et BO aux rayons AA_1 et BB_1. Quand ces rayons AA_1 et BB_1 engendrent les ellipses relatives à A et B, ils forment deux faisceaux homographiques ; il en est de même, par conséquent, de leurs perpendiculaires AO et BO.

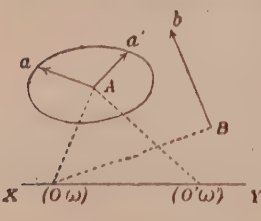


Mais, quand AA_1 devient perpendiculaire à la droite AB, le centre instantané O se trouve alors sur AB, et, dans ce cas, les rayons homologues AO et BO coïncident. Ainsi AO et BO engendrent autour de A et de B des faisceaux homographiques dont deux rayons homologues coïncident suivant AB, le lieu du point O est donc une droite. De là ce théorème fondamental :

Dans le déplacement infiniment petit à d. d. d'une figure plane, le lieu des centres instantanés relatifs aux divers déplacements à u. d. est une ligne droite.

94. Soit XY cette droite que nous appellerons l'axe des centres instantanés ; nous allons voir que le déplacement infiniment petit de tous les points de la figure F est bien déterminé lorsqu'on connaît le déplacement d'un seul point et cet axe XY.

Soit E l'ellipse des vitesses du point A ; le rayon Aa de cette ellipse est la vitesse de A pour un déplacement à u. d. ; le centre instantané O de ce déplacement est évidemment à l'intersection de XY avec la perpendiculaire AO à Aa ; enfin la vitesse ω de la rotation autour de O est $\frac{Aa}{OA}$. D'après cela, la vitesse Bb d'un autre point B de la figure plane est perpendiculaire à OB et égale à ω. OB ; on a ainsi, dans l'ellipse des vitesses du point B, le rayon homologue à Aa ; on peut donc obtenir un rayon quelconque de cette ellipse, laquelle est ainsi déterminée. En résumé, on peut, de l'ellipse E, l'axe XY étant donné, déduire l'ellipse des vitesses d'un point quelconque de F.



95. Soient Aa et Aa' deux rayons conjugués de l'ellipse E ; on déduit de ces deux rayons deux centres instantanés O et O'

que nous appellerons conjugués ; nous appellerons également conjuguées les deux vitesses de rotation ω et ω' autour de ces centres. A O et A O′ engendrent, comme A a et A a', deux faisceaux en involution dont les rayons doubles sont imaginaires. Donc les points O et O′ engendrent sur X Y une involution dont les points doubles sont imaginaires. Ainsi, deux centres conjugués sont en involution sur X Y.

Pour que l'ellipse des vitesses se réduise à une droite, il faut que deux rayons A a et A a' coïncident ; dans ce cas, A O et A O′ coïncident également, ce qui exige que le point soit sur l'axe X Y ; ainsi, l'axe des centres est le lieu des points qui décrivent des ellipses droites. Les déplacements de ces points sont évidemment normaux à X Y.

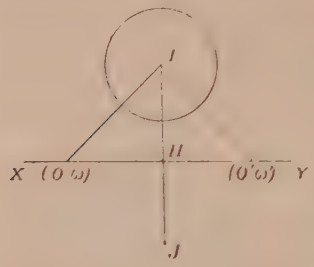
Pour que l'ellipse des vitesses devienne un cercle, il faut que deux diamètres conjugués quelconques A a et A a' soient perpendiculaires ; dès lors on voit du point A, sous un angle droit, un segment quelconque O O′ compris entre deux centres conjugués : ces deux centres étant en involution, on sait qu'il existe deux points I et J symétriques par rapport à X Y remplissant cette condition ; en ces deux points, l'ellipse des vitesses est un cercle de même rayon pour les deux points.

De la théorie bien connue de l'involution, on déduit immédiatement les conséquences suivantes : si le point A décrit un cercle tracé sur O O′ comme diamètre, les axes de l'ellipse des vitesses de A passent par O et O′ ; le cercle en question, quel que soit le segment O O′, passe toujours par les points I et J, puisque I O et I O′ sont toujours des rayons conjugués et par conséquent perpendiculaires du cercle des vitesses en I par exemple. La droite I J est un axe radical commun à tous ces cercles O O′.

96. Donnons-nous sur l'axe X Y deux centres conjugués avec leurs vitesses (O ω) et (O′ ω') : on peut évidemment en déduire pour un point quelconque de la figure plane deux rayons conjugués de l'ellipse des vitesses E, ce qui détermine cette ellipse.

A l'aide de cette ellipse E, on peut obtenir deux autres centres conjugués (O_1 ω_1) et (O_1' ω_1') ; en traçant les deux cercles de diamètres O O′ et $O_1 O_1'$, on obtient par leur rencontre les deux points I et J (95). Construisons en ces points les ellipses des vitesses qui

sont, comme nous l'avons dit, des cercles égaux de rayon r, on a évidemment, quel que soit le point $(O\,\omega)$, $r = \omega.IO$, ainsi la vitesse ω relative au centre O est inversement proportionnelle à IO ; si IH est la perpendiculaire à XY, la vitesse relative à ce centre H est maxima. Ce point H est le centre de l'involution O O′ ; son conjugué, qui est à l'infini, correspond à une translation perpendiculaire à X Y. De l'équation $r = \omega.IO$ et de la relation connue : $\frac{1}{IO^2} + \frac{1}{IO'^2} = \frac{1}{IH^2}$, on déduit $\frac{\omega^2}{r^2} + \frac{\omega'^2}{r^2} = \frac{1}{IH^2}$ ou $\omega^2 + \omega'^2 = \frac{r^2}{IH^2}$; ainsi la somme des carrés de deux vitesses conjuguées est constante.

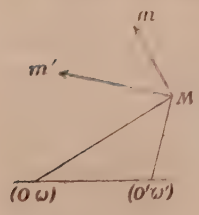


Nous venons de voir que le centre instantané conjugué à H donne lieu à une translation ; dans ce mouvement, tous les points de la figure ont des vitesses égales et parallèles à I J ; ces vitesses sont donc, dans les ellipses des vitesses des divers points, des rayons homologues égaux et parallèles à I J ou perpendiculaires à X Y.

Les ellipses des vitesses sont évidemment distribuées symétriquement par rapport aux deux droites X Y et I J.

97. Supposons le déplacement à d. d. défini par les deux centres conjugués $(O\,\omega)$ et $(O'\,\omega')$ et cherchons la vitesse à d. d. d'un point M de la figure ; à la rotation $(O\,\omega)$ correspond pour M une vitesse M m perpendiculaire à M O et égale à $\omega.OM$; à la rotation conjuguée $(O'\,\omega')$ correspond la vitesse M m' perpendiculaire à M O′ et égale à $\omega'.O'M$.

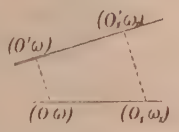
Or, les vitesses $Mm = \omega.OM$ et $Mm' = \omega'.O'M$ sont deux rayons conjugués de l'ellipse des vitesses du point M ; la vitesse à d. d. de M est donc $V = Mm.Mm' \sin mMm'$ (8) ou $V = Mm.Mm' \sin OMO'$, ou encore, en remplaçant M m et M m' par leurs expressions précédentes, $V = \omega.\omega'.OM.O'M \sin OMO'$.



Lorsque le point M varie, $\omega.\omega'$ est une constante et l'expression variable $OM.O'M \sin OMO'$ est le double de

l'aire du triangle OMO'. Ainsi la vitesse à d. d. du point M est proportionnelle à l'aire de ce triangle. Cette vitesse est la même pour tous les points situés sur des parallèles équidistantes de l'axe OO' ; elle est nulle pour les points situés sur cet axe.

98. Soit une droite L liée à la figure F ; nous avons vu que, dans la rotation (Oω) de la figure F, la droite L touche son enveloppe au point O', projection de O sur L, et que sa vitesse angulaire est (O'ω) (93). On retrouve ainsi très aisément les propriétés du mouvement à d. d. d'une droite (35-39). Si O et O_1 sont des centres conjugués, leurs projections O' et O_1' sont sur L les positions de deux vitesses conjuguées de L et O' et O_1' sont en involution comme O et O_1 (39) ; deux vitesses conjuguées, ω et ω_1, étant également, en grandeur, deux vitesses conjuguées de L, on retrouve ainsi la relation $\omega^2 + \omega_1^2 = \text{const.}$ (39).



99. Nous avons vu que, dans le mouvement de la figure F, au centre rejeté à l'infini sur l'axe XY, correspondent une translation et pour les divers points de F des rayons égaux parallèles et homologues de leurs ellipses des vitesses (96). S'il existe dans ces ellipses un second système de rayons égaux, parallèles et homologues, c'est qu'un second centre est rejeté à l'infini ; dans ce cas, la droite des centres est rejetée tout entière à l'infini et toutes les rotations instantanées sont remplacées par des translations. Les ellipses des vitesses de tous les points sont alors des ellipses égales dans lesquelles les rayons homologues sont parallèles, de sorte que toutes ces ellipses sont déterminées quand on connaît une seule d'entre elles.

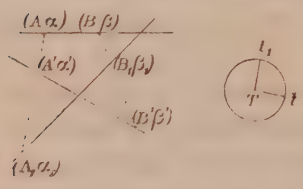
Ce mouvement est ce que nous appellerons une translation à d. d. ; une translation de ce genre est évidemment déterminée quand on se donne le déplacement à d. d. d'un seul point de la figure mobile.

100. Supposons que la figure F ait un mouvement à d. d., en fonction du point T, par rapport à un système d'axes de coordonnées S et que de plus ce système S ait également un mouvement à d. d., en fonction de ce même point T, par rapport à un second système d'axes S' ; ces deux déplacements à d. d. seront appelés

déplacements partiels ou simultanés et le déplacement de F par rapport à S′ sera le déplacement total de F. Il faut bien remarquer que tous ces déplacements s'exécutant d'après le déplacement du point T, les ellipses des vitesses dans les mouvements partiels comme dans le mouvement total sont toujours homographiques entre elles.

On peut définir le déplacement à d. d. de F par rapport au système d'axes S par deux vitesses conjuguées (Aα) et (Bβ) correspondant aux deux déplacements rectangulaires Tt et Tt_1 de T, de sorte que AB est l'axe des centres instantanés de ce mouvement de F. De même, le déplacement à d. d. des axes S par rapport aux axes S′ est défini par les deux vitesses conjuguées (A′α′) et (B′β′) correspondant aux mêmes déplacements Tt et Tt_1 de T.

Or, d'après la cinématique ordinaire, les deux rotations partielles (Aα) et (A′α′) se composent en une rotation totale $(A_1\alpha_1)$, α_1 étant égal à $\alpha + \alpha'$ et le point A_1 divisant le segment AA′ dans le rapport inverse des vitesses α et α′. De même les deux rotations partielles (Bβ) et (B′β′) se composent en une rotation totale $(B_1\beta_1)$. On connaît ainsi dans le déplacement total à d. d. deux rotations $(A_1\alpha_1)$ et $(B_1\beta_1)$ qui sont conjuguées puisqu'elles correspondent aux deux déplacements rectangulaires Tt et Tt_1 de T. Ce déplacement total à d. d. de F est ainsi déterminé et son axe est A_1B_1. Ce raisonnement s'étend évidemment de proche en proche à autant de mouvements partiels que l'on veut.

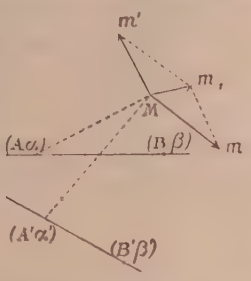


Si les rotations (Aα) et (A′α′) forment un couple de rotations, la rotation $(A_1\alpha_1)$ est rejetée à l'infini et devient une translation ; dans ce cas, l'axe des centres A_1B_1 est la parallèle à AA′ menée par B_1. Si, de plus, les rotations (Bβ) et (B′β′) forment également couple, la rotation $(B_1\beta_1)$ est aussi rejetée à l'infini ; dans ce cas, l'axe A_1B_1 est rejeté à l'infini et le mouvement total à d. d. est une translation (99). Il est évident que, dans ce cas, deux rotations simultanées quelconques comme (Aα) et (A′α′) forment couple.

Ces considérations s'étendent sans difficulté à un nombre quelconque de déplacements simultanés à d. d.

101. On peut évidemment, avec la méthode précédente, construire, pour le mouvement total à d. d. de la figure F, l'ellipse des vitesses d'un point quelconque de cette figure ; mais cette construction peut aussi se faire directement de la façon suivante.

Les notations étant les mêmes que précédemment, considérons les deux rotations simultanées (Aα) et (A′α′), et soit M un point de F ; à ces deux rotations correspondent pour M les deux vitesses partielles M*m* et M*m*′ respectivement égales à AM.α et A′M.α′ ; la vitesse totale de M est donc la résultante Mm_1 de M*m* et M*m*′ ; on déduit immédiatement de là que l'ellipse E_1 des vitesses de M dans le mouvement total est la résultante des ellipses E et E′ des vitesses dans les deux mouvements partiels (74).



Nous venons de construire un rayon Mm_1 de l'ellipse E_1, on aura le rayon conjugué en appliquant la même construction avec les rotations (Bβ) et (B′β′) conjuguées des précédentes ; l'ellipse E_1 sera ainsi déterminée.

XI

Mouvement à deux dimensions d'une figure sphérique.

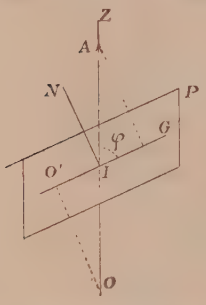
102. Le déplacement d'une figure sphérique sur sa sphère revient évidemment au déplacement d'une figure F dont un point O est supposé fixe : dans ce déplacement tout point de F reste sur une sphère de centre O ; le point, ainsi astreint à rester sur une sphère, est susceptible d'un mouvement à une ou à deux dimensions seulement.

Nous donnerons le nom de pivotement à d. d. à ce mouvement à d. d. autour d'un point fixe.

Dans le pivotement à d. d., un déplacement infiniment petit à u. d. est, comme on sait, une rotation autour d'un axe passant par le point fixe O, centre du pivotement. Nous allons d'abord examiner le pivotement d'un plan, ce qui est un cas particulier

du mouvement général à d. d. d'un plan, question déjà étudiée précédemment (45).

103. Le mouvement à u. d. et infiniment petit du plan P est une rotation de vitesse ω autour d'un axe OZ ; représentons par ω le segment IA, I étant le point de rencontre de OZ et de P ; la caractéristique G du plan est la projection de IZ sur P ; cherchons la vitesse angulaire de P ; à cet effet, prenons sur la normale en I au plan une longueur IN égale à l'unité ; dans une rotation élémentaire, mesurée par l'angle $\omega.dt$, autour de IZ, le point N décrit un arc égal à $\omega.dt \sin \mathrm{NIA} = \omega.dt \cos\varphi$; telle est la valeur de l'angle dont tourne le plan P ; la vitesse angulaire de ce plan est donc $\omega\cos\varphi$ (40). Ainsi cette vitesse est en position et en grandeur (G.ω'), ω' étant la projection de ω sur P.

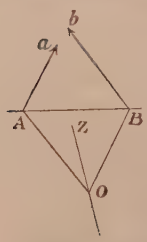


Il résulte de là que dans le pivotement de P, les diverses vitesses (Gω') passent toutes par le point O', projection de O sur P (45) ; en portant ω' sur G à partir de O', ω' engendre comme on sait l'ellipse des vitesses du plan P (45).

Le plan P, dans le pivotement, enveloppe évidemment une sphère de centre O et le point O' est le point de tangence.

104. Dans le pivotement de la figure F autour du point O, les chemins élémentaires à u. d. décrits par le point A de la figure sont tous situés sur la sphère de rayon OA ; l'ellipse des vitesses de A est donc située dans un plan perpendiculaire à OA ; pour les divers points de F situés sur ce même rayon OA, les ellipses des vitesses sont évidemment homothétiques.

Soit un second point B de la figure F, la droite AB étant ainsi de longueur fixe ; on sait que dans un déplacement à u. d. les points A et B se déplacent à la fois perpendiculairement à AB, de sorte que, dans les ellipses des vitesses des points A et B, il y a deux rayons homologues perpendiculaires à AB et par suite au plan AOB, puisque ces rayons sont respectivement perpendiculaires à OA et OB.

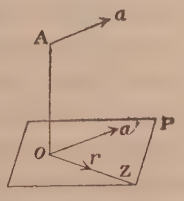


Prenons deux rayons homologues quelconques Aa et Bb de ces

ellipses des vitesses en A et B ; ces deux vitesses Aa et Bb correspondent à un déplacement à u. d. de F, c'est-à-dire à une rotation autour d'un certain axe OZ, Aa étant évidemment perpendiculaire à OZ et aussi à OA, OZ appartient à un plan mené par A perpendiculairement à Aa, lequel plan contient OA ; OZ appartient aussi à un plan ZOB perpendiculaire à Bb : OZ est ainsi déterminé.

Mais Aa et Bb sont deux rayons homologues de deux faisceaux homographiques ; donc les plans AOZ et BOZ engendrent aussi autour de OA et OB deux faisceaux homographiques ; lorsque Aa et Bb deviennent à la fois, comme nous l'avons dit plus haut, perpendiculaires à la droite AB, les plans AOZ et BOZ se confondent dans le plan AOB : par suite, les deux faisceaux de plans ont un plan homologue commun et le lieu OZ de leur intersection est un plan. Donc, dans le pivotement, le lieu des axes de rotation est un plan passant par O ; nous l'appellerons le plan du pivotement.

105. Les axes des rotations étant ainsi déterminés, cherchons les vitesses de ces rotations. A cet effet, supposons que le point A soit situé sur la normale OA au plan P du pivotement, OA étant égal à l'unité. Au rayon Aa de l'ellipse des vitesses du point A correspond un axe de rotation OZ situé d'une part dans le plan P, lieu de ces axes, et d'autre part dans un plan perpendiculaire en A à Aa : comme le plan de l'ellipse des vitesses est normal à OA et par suite parallèle au plan P, OZ est évidemment dans le plan P perpendiculaire à Oa', projection de Aa sur P.



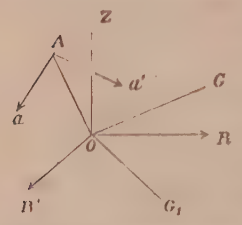
Si Or est la vitesse de rotation cherchée, on a Aa = OA.Or ou Aa = OA′ = Or ; de sorte que le point r décrit une ellipse égale à celle décrite par a', ou par a et simplement déplacée d'un angle droit autour de O.

C'est ce que nous appellerons l'ellipse du pivotement.

On voit, dans la même figure, que Aa, égal à AO.Or, représente en grandeur, direction et sens le moment de Or en A ; cela est vrai quelle que soit la position du point A, à la condition de remplacer OA par la distance du point A à OZ ; il en résulte que l'ellipse des vitesses en un point A quelconque de la figure F est en ce point l'ellipse des moments de l'ellipse de pivotement.

106. Deux rayons conjugués de l'ellipse de pivotement donnent

deux axes de rotation que nous appellerons conjugués ; deux axes conjugués engendrent, d'après cela, un faisceau en involution. Soient OR et OR′ deux axes conjugués ; dans l'ellipse des vitesses du point A, les deux vitesses Aa et Aa' correspondant aux rotations autour de OR et OR′ sont deux rayons conjugués ; pour que ces rayons soient les axes de l'ellipse, il faut évidemment que les plans AOR et AOR′, auxquels Aa et Aa' sont respectivement perpendiculaires, soient eux-mêmes perpendiculaires. Le lieu des points A pour lesquels cela a lieu, OR et OR′ étant deux axes fixes, est un cône du second degré passant par OR et OR′.



Si l'on prend le cône analogue pour un second couple de rayons conjugués de l'ellipse de pivotement, ce second cône, comme il est facile de le vérifier, coupe le premier suivant deux génératrices OG et OG_1 ; si le point A appartient à une de ces génératrices, son ellipse des vitesses a deux couples de rayons conjugués perpendiculaires ; cette ellipse est par suite un cercle. Ainsi OG et OG_1 constituent le lieu des points A pour lesquels l'ellipse des vitesses est un cercle ; OG et OG_1 sont évidemment symétriques par rapport au plan de pivotement. Il est évident que OG et OG_1 appartiennent à tous les cônes relatifs aux divers couples de rayons conjugués de l'ellipse de pivotement.

107. Les résultats précédents sont tout à fait analogues à ceux que nous avons obtenus dans l'étude du mouvement d'une figure plane dans son plan. Pour cette raison, nous nous bornerons à énoncer les propriétés suivantes du pivotement, propriétés qu'il est très facile de vérifier.

Le lieu du point A, pour lequel la vitesse à d. d. est la même, est un cercle dont l'axe coïncide avec l'axe OZ du pivotement.

Dans le plan de pivotement, la vitesse à d. d. de tous les points est nulle ; les ellipses de vitesses s'y réduisent à une droite.

Si ω et ω_1 sont les deux axes de l'ellipse de pivotement, la vitesse à d. d. V du point A situé à une distance R du point O est donnée par la formule

$$V = R^2 . \omega\omega_1 \cos AOZ.$$

Si R est constant, V est maximum pour $AOZ = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire pour le point situé sur l'axe de pivotement OZ.

Considérons enfin un plan P lié à la figure mobile, nous avons vu que chaque vitesse à u. d. de ce plan était la projection sur ce plan d'une vitesse de rotation de la figure autour du point O (103); donc l'ellipse des vitesses du plan est la projection sur ce plan de l'ellipse de pivotement.

Pour tous les plans parallèles au plan de pivotement, la vitesse à d. d. (46) a pour expression $\omega\omega_1$, c'est-à-dire le produit des axes de l'ellipse de pivotement.

Pour un plan P quelconque, cette vitesse à d. d. est $\omega\omega_1 \cos\theta$, θ étant l'angle du plan P avec le plan de pivotement.

108. Supposons que la figure mobile ait un mouvement de pivotement autour du point O, par rapport à un système d'axes S, que de plus S ait aussi un mouvement de pivotement autour du même point O par rapport à un second système d'axes S′ et ainsi de suite, le nombre des pivotements étant quelconque, mais ces pivotements s'effectuant tous autour du même point O. Le mouvement total de la figure est évidemment un mouvement à d. d. autour du point fixe O et par conséquent un pivotement.

Il est bien entendu que tous ces mouvements sont supposés simultanés, c'est-à-dire qu'ils s'exécutent tous en fonction du même point T.

Soient e_1, e_2, e_3... les ellipses des pivotements partiels; pour un déplacement à u. d. de T on a, dans ces ellipses homographiques, des rayons homologues r_1, r_2, r_3... qui représentent les vitesses particelles de rotation de la figure dans ses divers déplacements partiels à u. d.; ces vitesses concourantes se composent, d'après la cinématique ordinaire, en une vitesse totale r. Il résulte évidemment de là que r est le rayon d'une ellipse e homographique aux précédentes, laquelle est leur ellipse résultante (74). e est par suite l'ellipse du pivotement total. Ainsi, dans le mouvement total, l'ellipse de pivotement est la résultante des ellipses de pivotement dans les mouvements partiels, tous les pivotements ayant bien entendu même centre.

Considérons un point A de la figure; ses vitesses particelles v_1, v_2,

v_3... et sa vitesse totale v sont respectivement les moments de r_1, r_2, r_3... et r par rapport au point A ; mais v est la résultante de v_1, v_2, v_3..., c'est-à-dire que $\mu(r)$ est la résultante de $\mu(r_1)$, $\mu(r_2)$... Il suit de là que l'ellipse des vitesses totales en A est la résultante des ellipses des vitesses partielles et que l'ellipse des vitesses totales est l'ellipse des moments des ellipses e_1, e_2.... (75).

XII

Mouvement le plus général à deux dimensions d'une figure.

109. La translation à u. d. d'une figure est la translation ordinaire telle qu'on la définit en cinématique ; la translation à d. d. est un mouvement à d. d. dans lequel tout déplacement à u. d. est une translation à u. d. Supposons par exemple que le point T décrive les divers rayons d'un cercle infiniment petit, les points de la figure mobile décrivent les divers rayons de leurs ellipses respectives ; il y a translation à d. d. lorsque dans toutes ces ellipses homographiques les rayons homologues sont égaux et parallèles. Il résulte de là que la translation à d. d. d'une figure est définie par le mouvement à d. d. d'un seul point de cette figure puisque les ellipses des vitesses de tous les points sont à chaque instant identiques quant à la grandeur et au sens des rayons homologues.

Cette ellipse constante pour tous les points de la figure est l'ellipse de la translation pour la position considérée de la figure dont elle détermine complètement le mouvement infiniment petit.

Si l'on considère plusieurs translations simultanées à d. d., il résulte évidemment de ce qui précède que le mouvement total est encore une translation définie par l'ellipse résultante des ellipses des translations partielles, ces ellipses étant, bien entendu, supposées concentriques.

110. Considérons une figure soumise à un nombre quelconque de pivotements simultanés, ces pivotements étant représentés par les ellipses de pivotement E_1 E_2 E_3..... (105) ; nous avons déjà

examiné le cas particulier où ces pivotements s'effectuent tous autour d'un même point (108); examinons maintenant le cas général.

Soient $r_1 r_2 r_3 \ldots\ldots$ des rayons homologues des ellipses homographiques $E_1 E_2 E_3 \ldots\ldots$, ces rayons représentent des vitesses de rotation partielles pour un déplacement à u. d. de la figure mobile; ces rotations partielles communiquent à un point M de la figure des vitesses partielles $\mu(r_1)$, $\mu(r_2)$, $\mu(r_3) \ldots\ldots$, μ représentant des moments pris par rapport au point M (108); la vitesse totale du point M est donc $\mu(r_1 r_2 r_3 \ldots\ldots)$, c'est-à-dire le rayon r homologue aux rayons $r_1 r_2 r_3 \ldots\ldots$ dans l'ellipse des moments en M du système d'ellipse E_1, E_2, $E_3 \ldots\ldots$ (75). Ainsi l'ellipse des vitesses totales du point M de la figure mobile est l'ellipse des moments en ce point du système des ellipses des pivotements partiels.

Pour que deux systèmes de pivotements partiels donnent à la figure le même mouvement total, il faut et il suffit évidemment que ces deux systèmes communiquent à un même point, d'ailleurs quelconque, de la figure, les mêmes mouvements et, par suite, les mêmes vitesses, c'est-à-dire que ce point ait même ellipse des vitesses pour les deux systèmes : cela revient à dire que les deux systèmes d'ellipses de pivotement ont en un point quelconque même ellipse des moments.

Il suit de là que la composition des pivotements simultanés est ramenée à la composition des ellipses de ces pivotements. Donc un nombre quelconque de pivotements peut toujours se ramener, d'une infinité de façons, à deux pivotements (76).

Quand les ellipses des pivotements sont toutes dans un même plan, elles peuvent se composer en une seule ellipse (78), de sorte que tous ces pivotements partiels équivalent à un pivotement unique.

111. Ramenons le système d'ellipses de pivotement $E_1, E_2, E_3, \ldots$ comme nous l'avons indiqué dans la composition des ellipses homographiques (76), à l'ellipse résultante de translation E et à deux ellipses formant couple e et e_1; supposons maintenant que l'ellipse E soit nulle, c'est-à-dire se réduise à un point; l'ellipse des moments en un point est alors l'ellipse des moments de e et de e_1; or, deux rayons homologues de e et de e_1 formant couple

donnent même moment en un point quelconque ; il en résulte que l'ellipse des moments du système est la même pour tous les points, en ce qui concerne la grandeur et la direction de ses rayons. Cette ellipse des moments étant aussi l'ellipse des vitesses, la propriété en question caractérise, comme on sait, la translation à d. d. (109). Il suit de là qu'une translation à d. d. équivaut à deux pivotements formant couples ou, ce qui revient au même, à un système de pivotements dont les ellipses ont une ellipse résultante de translation se réduisant à un point.

On peut toujours, d'après cela, ramener un système de pivotements à un pivotement et à une translation à d. d.

112. Examinons maintenant le déplacement infiniment petit à d. d., le plus général de la figure F : prenons un point O de cette figure et trois axes de coordonnées OX, OY et OZ que nous supposerons se mouvoir avec le point O, mais indépendamment de la figure, de façon que leur mouvement soit une translation à d. d. dans laquelle les axes conservent leurs directions.

Le mouvement de F par rapport aux axes OX, OY et OZ est évidemment un mouvement à d. d. autour d'un point fixe O, c'est-à-dire un pivotement. Donc le mouvement total peut toujours s'obtenir par une translation à d. d. et par un pivotement. Tel est le déplacement à d. d. le plus général d'une figure dans un mouvement infiniment petit.

D'après ce qui précède, la translation et le pivotement peuvent se remplacer par deux pivotements (111).

113. Ainsi, le mouvement à d. d. infiniment petit d'une figure se trouve ramené à une question déjà connue ; ce mouvement est complètement déterminé à chaque instant par un système d'ellipses homographiques représentant des pivotements ou des translations à d. d. L'ellipse des vitesses de chaque point de la figure n'est pas autre chose que l'ellipse des moments du système en ce point. Chaque rayon de cette ellipse est évidemment la tangente à l'une des trajectoires du point dans un déplacement à u. d. ; le plan de l'ellipse est lui-même le plan tangent à la surface trajectoire du point dans le mouvement à d. d.

Il résulte de là et de la théorie de la composition des ellipses les conséquences suivantes qui sont évidentes :

Si, en un point d'une droite de la figure, l'ellipse des vitesses est dans un plan normal à la droite, cela a lieu pour tous les points de la droite (79) et la droite est normale à toutes les surfaces trajectoires de ses divers points.

Chaque déplacement à u. d. de la figure est, comme on sait, un mouvement héliçoïdal autour d'un axe instantané ou central, cette expression désignant ici la même droite que dans la théorie de la composition des ellipses (80). Donc, pour tous les déplacements à u. d. de la figure, le lieu des axes instantanés est un conoïde droit dont nous connaissons l'équation (92).

Le lieu des points de la figure pour lesquels l'ellipse des vitesses se réduit à une droite est un système de deux droites D et D_1 réelles ou imaginaires (82).

Ces deux droites sont les deux droites réciproques communes (84), c'est-à-dire que tout déplacement à u. d. de la figure peut s'obtenir par deux rotations d'axes D et D_1.

Parmi tous ces déplacements à u. d. qui sont héliçoïdaux, il y en a deux qui se réduisent à de simples rotations et les droites D et D_1 sont les axes de ces deux rotations (82).

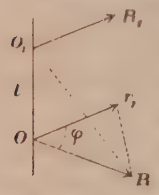
114. Examinons maintenant les déplacements des divers points d'un plan P de la figure. Pour un seul point du plan, l'ellipse des vitesses est située dans ce plan (86); donc, ce point décrit une surface trajectoire tangente au plan; c'est le point où le plan, dans le mouvement à d. d., touche sa surface-enveloppe (45); les caractéristiques du plan dans tous ses déplacements à u. d. passent par ce point (45 et 86).

Il y a dans le plan, pour chaque déplacement à u. d., un foyer, c'est-à-dire un point dont le déplacement est normal au plan (83); le lieu de ces foyers est une droite focale, laquelle est focale pour tous les plans qui la contiennent (89).

Sur une focale, deux foyers conjugués sont en involution (88). Toute focale rencontre les deux droites réciproques communes D et D_1 (89).

115. Toutes les propriétés de la composition des ellipses homographiques auraient pu tout aussi bien s'établir dans cette théorie du déplacement à d. d. des figures. Nous allons en donner un exemple.

Un déplacement à u. d. peut toujours, comme on sait, se ramener d'une infinité de manières, à deux rotations instantanées ; soit OR et O_1R_1 un de ces systèmes de deux rotations ; d'après un théorème connu, le tétraèdre défini par les quatre points O R O_1R_1 a un volume V constant, quel que soit le système des deux rotations. Ainsi, à chaque déplacement à u. d. correspond une valeur de ce volume V dont nous allons chercher l'expression. On peut toujours supposer le système des deux rotations OR et O_1R_1 choisi de telle façon que la droite OO_1 soit l'axe du conoïde des axes instantanés (80) ; dans ce cas, OR et O_1R_1 restent perpendiculaires à OO_1 et sont les rayons homologues de deux ellipses homographiques E et E_1 situées dans les plans perpendiculaires à OO_1 ; ces deux ellipses représentent les deux pivotements auxquels peut se ramener le mouvement à d. d. de la figure (112). Traçons Or_1 égal et parallèle à O_1R_1 et, par conséquent, situé dans le plan de E ; les deux tétraèdres de base commune OO_1R et de sommets R_1 et r_1 ont évidemment même hauteur et, par suite, même volume ; ce volume V a dès lors pour expression $\frac{1}{3} l \times \text{surf.}\, OR r_1$; d'où $V = \frac{1}{6} l.OR.O_1R_1 \sin\varphi$, φ étant l'angle de OR et de O_1R_1.



Soit dans le plan $RO r_1$ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ l'équation de l'ellipse E ; l'équation de l'ellipse homographique E_1, supposée transportée parallèlement dans ce même plan, se déduira de l'équation précédente par les formules habituelles :

$$x_1 = mx + ny_1 \qquad y_1 = px + qy,$$

Soient, d'après une notation connue :

$$x = a\cos\phi, \qquad y = b\sin\phi,$$

les coordonnées du point R ; celles de r_1 seront alors :

$$x_1 = ma\cos\phi + nb\sin\phi, \qquad y_1 = pa\cos\phi + qb\sin\phi.$$

Or, on a :

$$V = \frac{1}{6} l.OR.O_1R_1\sin\varphi = \frac{1}{6} l \begin{vmatrix} x & y \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

d'où :

$$V = \frac{1}{6} l [pa^2 \cos^2 \theta + (q - m) ab \cos \theta \sin \theta - nb^2 \sin^2 \theta].$$

Telle est la valeur de V en fonction de la variable auxiliaire θ : deux déplacements conjugués à u. d. de la figure correspondent évidemment à deux valeurs θ et $\theta + \frac{\pi}{2}$ de cet angle θ ; cette valeur $\theta + \frac{\pi}{2}$ donne pour le volume V′ du tétraèdre :

$$V' = \frac{1}{6} l [pa^2 \sin^2 \theta - (q - m) ab \sin \theta \cos \theta - nb^2 \cos^2 \theta].$$

On en déduit immédiatement :

$$V + V' = \frac{1}{6} l [pa^2 - nb^2].$$

Ainsi, la somme des volumes des tétraèdres pour deux déplacements conjugués est constante.

116. Pour terminer, nous allons dire quelques mots du déplacement à d. d. d'une droite L dans l'espace.

Rappelons d'abord la démonstration d'un théorème connu que nous pouvons énoncer comme suit :

Le déplacement à d. d. d'une droite est un glissement de cette droite sur deux surfaces fixes.

En effet, supposons que la droite L prenne une position pour chaque position du point T dont les coordonnées sont α et β ; les équations de L sont de la forme

$$f(xy\alpha\beta) = 0 \qquad f_1(xy\alpha\beta) = 0.$$

Éliminons β entre ces deux équations ; nous obtenons ainsi l'équation $\varphi(xy\alpha) = 0$, laquelle représente une surface S, lieu des droites L pour $\alpha =$ constante et β quelconque. Éliminons enfin α entre l'équation $\varphi(xy\alpha) = 0$ et sa dérivée $\frac{d\varphi}{d\alpha} = 0$; on obtient alors une nouvelle surface Σ qui est l'enveloppe des surfaces S quand α varie. Or, toute droite L appartient à une surface S et toute surface S touche Σ suivant une ligne ; donc, toute droite L touche Σ.

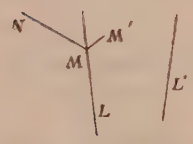
On trouverait de même une seconde surface Σ' du même genre en éliminant d'abord α dans les équations de la droite et

en prenant l'enveloppe des surfaces contenant β comme paramètre variable.

La droite L reste donc tangente à ces deux surfaces Σ et Σ'.

Supposons la droite L liée à une figure soumise à un déplacement à d. d.; les circonstances du mouvement de cette droite résultent dès lors de la théorie que nous venons d'exposer et l'ellipse des vitesses d'un point quelconque de la droite est l'ellipse des moments (113). En deux points de L, le plan de l'ellipse des moments contient L (85); donc, ces deux points décrivent des surfaces trajectoires tangentes à la droite L; ce sont évidemment les deux points où L touche les deux surfaces Σ et Σ' dont nous venons de parler.

On sait que tout déplacement à u. d. de L est une rotation autour de sa réciproque; rappelons que dans le déplacement à d. d. de L, le lieu de cette réciproque est un hyperboloïde (90). Soit en un point M de L, MN la normale à la surface trajectoire de ce point dans le déplacement à d. d.; tout déplacement à u. d. de M est un élément MM′ normal à MN; mais ce déplacement est aussi une rotation autour d'une réciproque L′ de L; on en conclut que le plan passant par L′ et M est normal à MM′ et par suite contient MN; donc, la normale MN rencontre une réciproque quelconque de L; par suite, le lieu des normales aux surfaces trajectoires des divers points de L est l'hyperboloïde, lieu des réciproques L′.



XIII

Composition des ellipsoïdes homographiques.

117. Dans les ellipses homographiques, nous avons considéré les divers systèmes formés par des rayons homologues et nous avons montré comment on pouvait composer ces divers systèmes (74); examinons maintenant la composition d'un système de rayons homologues dans des ellipsoïdes homographiques.

Soient, d'abord, des ellipsoïdes E_1, E_2, E_3....., de centre commun O; un système de rayons homologues r_1, r_2, r_3..... concourant en O se compose, comme on sait, en une résultante unique r

passant par O ; si x_1, x_2, x_3..... et x sont les projections de r_1, r_2, r_3....., r sur l'axe O X, on a :

$$x = x_1 + x_2 + x_3 .....$$

Or, x_1, x_2, x_3..... sont des coordonnées de points homologues dans les ellipsoïdes homographiques ; on en conclut que x_2, x_3..... sont des fonctions linéaires et homogènes de x_1, y_1 et z_1, par exemple ; il en est, par suite, de même de x ; donc, l'extrémité du segment r décrit un ellipsoïde E homographique aux précédents et de même centre. C'est ce que nous appellerons l'ellipsoïde résultant.

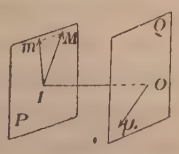
Si l'on a un système d'ellipsoïdes homographiques de centres différents, on peut les transporter parallèlement à eux-mêmes de façon à ce qu'ils aient même centre O et les composer en ce point en un seul ellipsoïde, lequel est appelé leur ellipsoïde résultant de translation en O.

118. Soit s un système de rayons homologues dans des ellipsoïdes homographiques quelconques : prenons en un point fixe O le moment $\mu(s)$ de ces rayons r_1, r_2..... Les composantes suivant O X, par exemple, de $\mu(s)$, r_1, r_2..... sont les coordonnées suivant O X des extrémités des segments $\mu(s)\, r_1$, r_2..... ; on en déduit très aisément, comme pour les ellipses homographiques (75), que les trois projections de $\mu(s)$ sont des fonctions linéaires et homogènes des trois projections de r_1 par exemple.

Donc, l'extrémité de $\mu(s)$ décrit un ellipsoïde homographique à l'ellipsoïde décrit par l'extrémité de r_1.

Nous avons ainsi ce que nous appellerons l'ellipsoïde des moments en O du système d'ellipsoïde homographique.

Examinons en particulier l'ellipsoïde des moments en O d'un seul ellipsoïde de centre I. Soit I M un rayon de l'ellipsoïde I ; projetons I M en Im sur le plan P perpendiculaire en I à I O ; le moment Oμ de Im est aussi le moment de I M ; or, Oμ est situé dans un plan Q parallèle à P et égal à I$m \times$ O I ; de plus, Oμ est perpendiculaire à la direction Im ; on en déduit que le point μ décrit dans le plan Q une figure semblable à celle décrite par m dans le plan P ; dans ces deux



figures, les rayons homologues $O\mu$ et Im font un angle droit et le rapport de similitude est égal à $\frac{O\mu}{Im} = IO$. Le contour apparent de l'ellipsoïde I sur le plan P est une ellipse et Im est un segment de droite qui joint le point I à un point quelconque m situé à l'intérieur de cette ellipse. Nous avons donc de même dans le plan Q une ellipse semblable et le moment $O\mu$ est un segment joignant le point O à un point quelconque situé à l'intérieur de cette seconde ellipse.

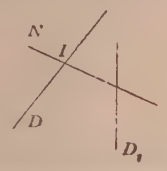
Donc, dans ce cas, l'ellipsoïde des moments est plan ou plutôt se réduit à une ellipse; les moments sont alors les rayons ou des parties quelconques des rayons de cette ellipse.

L'ellipsoïde des moments d'un système d'ellipsoïdes peut aussi, dans certains cas, se réduire à un plan.

119. Un ellipsoïde étant défini par un système de trois rayons conjugués, un ellipsoïde homographique au précédent est complètement défini si l'on se donne le système des trois rayons conjugués r_1, r_2 et r_3 homologues. Cela posé, on exprimera que ce second ellipsoïde se réduit à un plan en supposant, ou bien que l'un des rayons r_1, r_2 et r_3 est nul, ou bien que deux de ces rayons ont même direction ou bien que ces trois rayons sont dans un même plan : ces trois conditions sont évidemment équivalentes.

Cherchons, d'après cela, la condition pour qu'en un point l'ellipsoïde E des moments d'un système S d'ellipsoïdes homographiques se réduise à un plan; pour que cela ait lieu, il faut et il suffit que l'ellipsoïde E ait un rayon nul. Coupons, d'après cela, les ellipsoïdes S par des plans homologues passant par leurs centres; on obtient ainsi des sections formant évidemment un système s d'ellipses homographiques ayant deux droites D et D_1 réciproques communes; or, en un point quelconque de D ou de D_1 (82), le moment d'un système de rayons homologues des ellipses s et, par suite, des ellipsoïdes S est nul; donc, le lieu des droites D et D_1 est le lieu des points où l'ellipsoïde des moments de S se réduit à un plan. On peut dire aussi que ce lieu est le lieu des axes centraux des systèmes de rayons homologues qui se ramènent à un seul segment (82) : c'est une surface réglée.

120. Nous allons voir maintenant que cette surface est un hyperboloïde. Soit en un point I de la droite D le plan P de l'ellipsoïde plan des moments, et prenons la perpendiculaire IN à ce plan; IN ne coïncide pas avec D, car si cela était, le plan et, par suite, les moments en I de tous les systèmes de rayons homologues, seraient perpendiculaires à la droite D, ce qui est impossible, puisque l'un de ces systèmes se réduit à un segment unique situé sur D_1 (82) et a son moment en I perpendiculaire au plan ID_1, c'est-à-dire oblique à la droite D, sauf dans le cas particulier où D et D_1 sont dans un même plan.



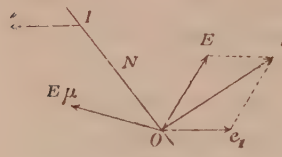
Mais en I le moment d'un système quelconque de rayons homologues est normal à IN, cela a donc lieu également pour tous les points de IN (79), de sorte qu'en un point quelconque de IN l'ellipsoïde des moments se réduit à un plan : cette droite IN appartient donc tout entière au lieu considéré.

D'ailleurs, la droite IN rencontre non seulement la droite D, mais encore une autre droite quelconque D_1 du lieu en question ; en effet, si l'on considère le système de rayons homologues qui se réduit à un segment situé sur l'axe central D_1, le moment de ce système en un point de IN est, d'une part, normal à IN et, d'autre part, au plan passant par ce point et D_1, ce qui exige que IN et D_1 soient dans un même plan.

Donc, finalement, IN rencontrant toutes les génératrices D du lieu et en particulier trois d'entre elles, engendre un hyperboloïde réglé H. On voit que sur cet hyperboloïde les deux systèmes de génératrices rectilignes que nous désignerons par les lettres D et N se distinguent par des propriétés différentes par rapport au système d'ellipsoïdes S.

121. Soient en un point O d'une génératrice N l'ellipsoïde E résultant de translation du système S et E_μ l'ellipsoïde des moments qui se réduit à un plan. On peut toujours, et d'une infinité de façons, considérer E_μ comme l'ellipsoïde des moments d'un ellipsoïde unique ayant son centre sur N et homographique aux précédents. Il suffit, pour cela, de prendre en un point I quelconque de N trois directions convenables et, sur ces directions,

trois segments tels que leurs moments en I soient représentés par trois rayons conjugués de l'ellipsoïde des moments ; dès lors, ces trois segments déterminent en I un ellipsoïde homographique qui remplit bien la condition demandée. Soit e cet ellipsoïde ; imaginons en O l'ellipsoïde e_1 qui lui fait couple, c'est-à-dire que dans les ellipsoïdes e et e_1 deux rayons homologues forment couple. Il est évident que le système des ellipsoïdes S est ainsi ramené à trois ellipsoïdes E, e et e_1 ; mais les deux ellipsoïdes concentriques E et e_1 se ramènent eux-mêmes à un seul E′ (117) ; donc, finalement, le système S se ramène à deux ellipsoïdes ayant leurs centres O et I en des points arbitraires situés sur une même génératrice N.



Du reste, de quelque façon qu'on ramène un système d'ellipsoïdes à deux ellipsoïdes homographiques, les centres de ces deux ellipsoïdes sont toujours situés sur une même génératrice N, car en un point quelconque de cette droite des centres, les ellipsoïdes des moments de chacun des ellipsoïdes précédents sont réduits à un même plan normal à cette droite (118) ; ces deux ellipsoïdes des moments se composent donc en un nouvel ellipsoïde réduit à ce même plan, lequel ellipsoïde est l'ellipsoïde des moments du système.

122. Construisons en un point quelconque O l'ellipsoïde résultant de translation E_t du système S d'ellipsoïdes homographiques ; si ce système est connu, chaque rayon de E_t détermine dans les ellipsoïdes un système de rayons homologues et chaque section elliptique faite par le centre de E_t détermine dans les ellipsoïdes un système d'ellipses homographiques.

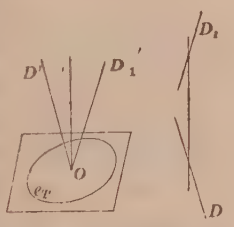
Construisons également en O le cône du second degré C parallèle au cône asymptote de l'hyperboloïde H.

Chaque génératrice de ce cône est parallèle à une génératrice N de H (120), c'est-à-dire perpendiculaire à la direction des ellipsoïdes plans des moments le long de N ; donc, tous ces plans transportés parallèlement en O enveloppent un cône du second degré supplémentaire du cône C.

Chaque génératrice D′ de C est aussi parallèle (120) à une

génératrice D de H : or, D est l'axe central d'un système de rayons homologues qui se ramène à une résultante unique située sur D (119). Mais en O, la résultante de translation de ce système a évidemment même direction que cette résultante unique ; cette résultante de translation est donc dirigée suivant D′ ; c'est donc le rayon de E_t situé en D′. Ainsi les rayons de E_t situés sur le cône C déterminent les divers systèmes de rayons homologues qui se réduisent à un segment.

123. Prenons dans les ellipsoïdes un système d'ellipses homographiques, lequel correspond à l'ellipse de translation e_t, section de l'ellipsoïde E_t : cherchons les éléments du conoïde des axes centraux de ce système d'ellipses (80). D'abord l'axe de ce conoïde est normal au plan de l'ellipse de translation e_t (80) ; soient D et D_1 les deux droites réciproques communes du système d'ellipses (84). Ces deux droites appartiennent au conoïde (82) et sont parallèles au plan de e_t ; d'ailleurs, D et D_1 appartiennent à l'hyperboloïde H (120) ; par suite, le plan de e_t coupe le cône C suivant les deux génératrices D′ et D_1' parallèles à D et D_1 ; l'axe du conoïde est donc la perpendiculaire commune aux deux génératrices D et D_1 de H parallèles aux deux génératrices du cône C situées dans le plan de e_t. Il y a lieu de remarquer que si le plan de e_t coupe réellement le cône C, les deux droites D et D_1 sont réelles ; s'il y a tangence, elles se réduisent à une seule ; enfin, si le plan ne coupe pas le cône, les deux droites sont imaginaires.



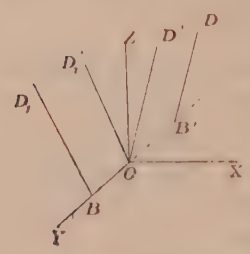
On déduit immédiatement de là que la perpendiculaire commune de deux génératrices du système D de l'hyperboloïde H est l'axe d'un conoïde relatif à un système d'ellipses homographiques.

124. Supposons maintenant que le point O soit le centre même de l'hyperboloïde H, de sorte que C est le cône asymptote de H. Construisons en O, outre l'ellipsoïde de translation E_t du système, l'ellipsoïde des moments E_μ homographique à E_t ; on aura, x, y et z étant les coordonnées d'un point de E_t et XYZ celles du point homologue de E_μ :

$$\begin{aligned} X &= m\,x + n\,y + p\,z \\ Y &= m'x + n'y + p'z \\ Z &= m''x + n''y + p''z \end{aligned} \qquad (1)$$

l'origine des coordonnées étant au point O.

Cela posé, prenons comme axes des coordonnées les axes principaux de l'hyperboloïde H. Le plan des XZ coupe l'ellipsoïde E_t suivant une ellipse e_t qui est l'ellipse de translation d'un système d'ellipses homographiques ; ce plan coupe le cône C suivant une section principale qui consiste dans les deux génératrices OD′ et OD_1', lesquelles sont les directions des deux droites réciproques communes du système des ellipses (123). Or, les génératrices D et D_1, de l'hyperboloïde H, parallèles à OD′ et OD_1', sont évidemment des génératrices passant par les extrémités B et B′ de l'axe de l'hyperboloïde situé sur OY : la perpendiculaire commune à D et D′ est cet axe lui-même, lequel est ainsi l'axe du conoïde relatif au système d'ellipses : on en conclut que l'ellipse des moments e_μ du système d'ellipses en O est située dans le plan des XY (80).



Or e_μ est la section de E_μ homographique à la section e_t de E_t ; ces deux ellipses homographiques sont donc situées dans le plan des XZ ; par conséquent, les formules (1) doivent être telles que pour $y = 0$ on ait aussi $Y = 0$, ce qui exige $m' = 0$ et $p' = 0$.

En raisonnant de même pour les plans de YZ et des XY, on ramène les formules (1) à :

$$X = mx, \qquad Y = n'y \quad \text{et} \quad Z = p''z. \qquad (2)$$

Telles sont les formules homographiques qui permettent de déduire l'ellipsoïde E_μ de l'ellipsoïde E_t lorsqu'on prend pour axes des coordonnées les axes principaux de l'hyperboloïde H.

Chaque axe des coordonnées donne ainsi dans les ellipsoïdes E_t et E_μ deux rayons homologues ; on peut dire aussi que chaque axe est l'axe central d'un système de rayons homologues (92).

125. Cherchons, d'après cela et en partant des formules (2), l'équation de l'hyperboloïde H rapporté à ses axes.

Prenons un système de rayons homologues correspondant au rayon de E_ι dont les composantes sont x, y, z; le rayon homologue de E_μ, c'est-à-dire le moment de ce système en O, a pour composantes mx, $n'y$ et $p''z$. Le moment de ce même système en un point M de l'espace de coordonnées $\alpha\beta\gamma$ a pour composantes :

$$X' = mx + \gamma y - \beta z, \qquad Y' = -\gamma x + n'y + \alpha z,$$
$$Z' = \beta x - \alpha y + p''z.$$

Pour qu'en ce point l'ellipsoïde des moments se réduise à un plan, il faut que ce moment reste situé dans un plan quels que soient x y et z; c'est ce qu'exprime le déterminant :

$$\begin{vmatrix} m & \gamma & -\beta \\ -\gamma & n' & \alpha \\ \beta & -\alpha & p'' \end{vmatrix} = 0.$$

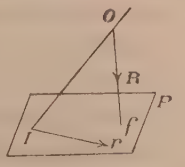
Telle est donc l'équation de l'hyperboloïde H laquelle, après des simplifications évidentes, se réduit à :

$$m\alpha^2 + n'\beta^2 + p''\gamma^2 + mn'p'' = 0.$$

On remarquera que cette équation ne peut représenter qu'un hyperboloïde réglé ou un ellipsoïde imaginaire.

126. Considérons un plan P et cherchons le foyer de ce plan pour chaque système de rayons homologues des ellipsoïdes homographiques (83).

En se reportant à ce que nous avons dit (121) au sujet de la réduction d'un système quelconque d'ellipsoïdes homographiques, on voit aisément que ce système peut toujours se ramener à un système de deux ellipsoïdes E_ι et e dont les centres O et I sont situés sur une génératrice de l'hyperboloïde H et qu'on peut disposer des éléments de l'ellipsoïde e de façon qu'il se réduise à un plan déterminé; il suffit pour cela que les trois directions arbitraires qu'on prend pour représenter trois diamètres conjugués de l'ellipsoïde e appartiennent au plan dont il s'agit (119). Cela posé, soit I le point où une génératrice de l'hyperboloïde H rencontre le plan P; supposons le système des ellipsoïdes ramené aux deux ellipsoïdes E_ι et e de centre O et I, l'ellipsoïde e étant un ellipsoïde plan situé dans le plan P.



Tout système s de rayons homologues se ramène dès lors à deux rayons homologues OR et Ir des ellipsoïdes E_1 et e, et comme le rayon Ir est situé dans le plan P, le rayon OR rencontre ce plan en un point f qui est le foyer de ce plan pour le système s (83).

En résumé, la considération du seul ellipsoïde E_1 permet de déterminer les foyers du plan P relatifs à tous les systèmes s.

Considérons en particulier trois systèmes s, s', s'' conjugués, c'est-à-dire correspondant à trois diamètres conjugués de l'ellipsoïde E_1, Of, Of', Of''; ces trois diamètres forment un trièdre réciproque par rapport au cône asymptote de l'ellipsoïde E_1, lequel cône est imaginaire.

Donc, le triangle $ff'f''$ est réciproque par rapport à l'ellipse imaginaire, intersection de ce cône et du plan P : lorsque le triangle $ff'f''$ a un sommet situé à l'un des foyers de cette ellipse imaginaire, il est rectangle en ce point.

Deux rayons conjugués d'un ellipsoïde déterminent dans cet ellipsoïde une ellipse ; par suite, on peut représenter par les deux systèmes de rayons s et s' un système d'ellipses homographiques du système d'ellipsoïdes ; dès lors, la droite ff' est la focale du plan P pour ce système d'ellipses (89).

127. Nous avons rappelé que dans un système de rayons ramené à deux rayons, le volume V du tétraèdre qui a pour sommets les quatre extrémités de ces deux rayons est constant, quels que soient ces deux rayons (115) ; nous avons, de plus, montré que si V et V′ sont ces deux volumes pour deux systèmes de rayons conjugués dans des ellipses homographiques, la somme $V + V'$ est constante (115).

Soient maintenant dans des ellipsoïdes homographiques trois systèmes de rayons conjugués s, s' et s'' auxquels correspondent les volumes V, V′ et V″, il est facile de voir que la somme $V + V' + V''$ est constante ; en effet, on peut remplacer s' et s'' par deux autres systèmes conjugués appartenant aux mêmes ellipses homographiques que s' et s'', cela, sans changer la somme $V' + V''$ (115) ; dès lors on peut, par des changements successifs du même genre, c'est-à-dire portant seulement sur deux systèmes, passer de trois systèmes conjugués à trois autres systèmes

conjugués quelconques et cela sans changer la valeur de la somme $V + V' + V''$, laquelle est ainsi constante.

XIV

Mouvement à trois dimensions d'une figure.

128. Nous allons maintenant étudier le mouvement à t. d. d'une figure ; nous considérerons une position initiale F_0 de la figure mobile F correspondant à la position initiale T_0 de T, puis nous examinerons les déplacements infiniment petits de tous les points de F correspondant aux déplacements infiniment petits à u. d. ou t. d. de T à partir de T_0.

Un cas très simple est celui de la translation à t. d. Supposons que quand le point T décrit un rayon quelconque d'une sphère infiniment petite, tous les points de la figure décrivent des éléments de trajectoire égaux et parallèles ; il est évident que, dans ce cas, les ellipsoïdes des vitesses de tous les points de la figure sont identiques quant à la longueur et à la direction de leurs rayons homologues ; un seul de ces ellipsoïdes suffit donc à définir le mouvement de tous les points de la figure ; c'est la translation à t. d. et l'ellipsoïde en question est l'ellipsoïde de la translation : si le mouvement de T est à d. d., on a une translation à d. d. et l'ellipse de cette translation (109) est une section, faite par le centre, dans l'ellipsoïde de la translation à t. d.

129. Le pivotement à t. d. d'une figure F dont un point O est fixe, se définit comme suit : soit un ellipsoïde de centre O dont les rayons représentent des rotations, de sorte que chaque rayon détermine pour la figure F un mouvement à u. d., lequel est une rotation autour d'un axe passant par O. Il est évident que l'ensemble de ces rotations donne à chaque point M de la figure un déplacement à t. d., bien que ce point reste toujours sur une sphère de centre O. C'est ce mouvement que nous appelons un pivotement à t. d. ; il diffère du pivotement à d. d. en ce que dans ce dernier pivotement les axes des rotations sont simplement

les rayons d'une ellipse (102). Si, d'ailleurs, on fait par le point O une section dans l'ellipsoïde, on obtient une ellipse qui définit, pour la figure, un pivotement à d. d.

Cet ellipsoïde est l'ellipsoïde du pivotement.

Si r est un rayon de cet ellipsoïde, à ce rayon correspond, pour un point M de la figure, une vitesse à u. d., laquelle est le moment de r; donc, l'ellipsoïde des vitesses en M est l'ellipsoïde des moments de l'ellipsoïde de pivotement; cet ellipsoïde des moments se réduit, bien entendu, à un plan (118) qui est le plan tangent à la sphère de centre O passant par M.

Réciproquement, le déplacement à t. d. d'une figure dont un point O est fixe est un pivotement à t. d.; soient, en effet, trois déplacements à u. d. de la figure correspondant à trois rayons deux à deux perpendiculaires de la sphère infiniment petite S décrite par le point T; ces trois déplacements sont des rotations définies par les segments r_1, r_2 et r_3 issus du point O : ces trois segments, considérés comme des rayons conjugués, définissent un ellipsoïde E homographique à la sphère S. Or, l'ellipsoïde des vitesses du point M est homographique à cette même sphère ; l'ellipsoïde des moments de E en M est homographique à E et, par suite, à S; d'ailleurs, ces deux ellipsoïdes des vitesses et des moments en M ont trois rayons conjugués communs correspondant aux trois rayons r_1, r_2 et r_3 de E; donc, ils coïncident.

Il en résulte évidemment que le mouvement de la figure est un pivotement à t. d., dont l'ellipsoïde est E.

130. Lorsqu'une figure a un déplacement à t. d. par rapport à un système d'axes en fonction du point T et que, de plus, ces axes ont eux-mêmes, en fonction de ce point T, un déplacement à t. d. par rapport à de nouveaux axes, on a pour la figure deux déplacements partiels ou simultanés et le mouvement, par rapport aux nouveaux axes, est appelé le mouvement total ou résultant; il est bien entendu que tous ces mouvements partiels ou totaux sont liés au mouvement du même point T, de sorte que les ellipses ou les ellipsoïdes des vitesses partielles ou totales sont toujours homographiques.

Cela s'étend à un nombre quelconque de mouvements simultanés.

Si les mouvements simultanés sont des translations ou des pivotements à t. d., les ellipsoïdes qui définissent ces translations ou ces pivotements, d'après ce qui précède, sont toujours homographiques.

Soit donc une figure animée de plusieurs pivotements partiels à t. d. définis par les ellipsoïdes homographiques E_1, E_2, E_3, etc... ; considérons les déplacements partiels à u. d. correspondant aux rayons homologues r_1, r_2, r_3, etc., de ces ellipsoïdes. Ces déplacements partiels sont des rotations définies par les segments r_1, r_2, r_3, etc... en question.

Si M est un point de la figure mobile, les vitesses partielles de M pour ces diverses rotations sont les moments de r_1, r_2, r_3, etc..., et la vitesse totale est la résultante de ces moments, c'est-à-dire le moment du système de segments r_1, r_2, r_3, etc... (72) : on déduit immédiatement de là que l'ellipsoïde des vitesses en M est l'ellipsoïde des moments du système des ellipsoïdes E_1, E_2, E_3, etc...

131. Deux systèmes de pivotements à t. d. représentés respectivement par les ellipsoïdes E_1, E_2, E_3... et E_1', E_2' et E_3' sont dits équivalents lorsqu'ils produisent des déplacements totaux identiques pour tous les points d'une figure partant d'une position initiale déterminée. La condition d'équivalence est évidemment, d'après cela, qu'en un point quelconque de la figure l'ellipsoïde des vitesses totales soit le même pour les deux systèmes, ce qui revient à dire que les deux systèmes ont même ellipsoïde des moments en un point quelconque.

En particulier, la composition des pivotements à t. d. se trouve ainsi ramenée à la composition des ellipsoïdes qui représentent ces pivotements (121).

Ainsi, un système quelconque de pivotements simultanés à t. d. peut toujours se ramener d'une infinité de façons à un système de deux pivotements.

Soient deux pivotements formant couples, c'est-à-dire deux pivotements représentés par deux ellipsoïdes E_1 et E_2 dans lesquels deux rayons homologues quelconques r_1 et r_2 forment couple. Ces deux rayons définissent un couple de rotation dont le moment est le même en un point quelconque de la figure mobile ;

il en résulte que l'ellipsoïde des moments ou des vitesses, pour un point quelconque de la figure, est identique à lui-même quant à la grandeur et à la direction de ses rayons ; le mouvement total est donc une translation à t. d. (128).

Nous nous bornerons à énoncer les propriétés suivantes qui résultent immédiatement de ce qui précède :

On peut toujours remplacer une translation à t. d. par un couple de pivotements à t. d., ce qui permet de composer des pivotements et des translations.

On peut toujours remplacer un système de translation à t. d. simultanées par une seule translation à t. d.

132. Considérons maintenant le déplacement infiniment petit à t. d. le plus général d'une figure : prenons un des points O de la figure comme origine d'axes de coordonnées que nous supposerons animés d'un mouvement de translation à t. d., l'ellipsoïde de cette translation (128) étant l'ellipsoïde des vitesses du point mobile O. Le déplacement total à t. d. de la figure se décompose ainsi en deux déplacements partiels, savoir le déplacement de la figure par rapport aux axes de coordonnées dont nous venons de parler, puis le déplacement de ces axes eux-mêmes. Le premier mouvement s'effectuant autour du point O, qui est fixe dans ce mouvement partiel, est un pivotement à t. d. (129) : le second mouvement est une translation.

Donc, le mouvement à t. d. le plus général se ramène, en définitive, à une translation et à un pivotement simultanés. La translation pouvant être remplacée par un couple de pivotement (131), on a ainsi trois pivotements qu'on peut encore ramener à deux (131).

On peut dire, d'une façon générale, que le déplacement quelconque infiniment petit à t. d. d'une figure est le même que celui qui résulte d'un système de pivotements à t. d., ce qui nous ramène à une question connue (131). L'ellipsoïde des vitesses pour un point de la figure est l'ellipsoïde des moments du système des ellipsoïdes qui représentent les pivotements.

133. On déduit de là, sans difficulté, les circonstances du déplacement d'un point quelconque de la figure mobile. Reprenons l'hyperboloïde H, lieu des points où l'ellipsoïde des vitesses est

plan (120) ; pour tout point de la figure situé en dehors de H, il y a des vitesses et, par conséquent, des trajectoires dans toutes les directions de l'espace ; au contraire, si le point appartient à H, toutes ses trajectoires sont tangentes en ce point à un même plan ; dans un mouvement à d. d., les surfaces trajectoires de ce point sont également tangentes à ce plan. Tous les plans en question sont perpendiculaires aux génératrices rectilignes d'un même système de l'hyperboloïde H (120).

Les déplacements à u. d. de la figure sont, comme on le sait, des déplacements héliçoïdaux ; parmi ces déplacements, il y en a qui se réduisent à de simples rotations ; le lieu des axes de ces rotations est l'hyperboloïde H.

Si l'on considère un plan lié à la figure mobile, on peut retrouver, au moyen de la théorie précédente, toutes les propriétés du déplacement à t. d. d'un plan (40).

Les foyers du plan sont les points de ce plan qui, dans les divers mouvements à u. d., se déplacent normalement à ce plan (83) ; nous avons indiqué (126) les propriétés de ces foyers.

134. L'ellipsoïde des vitesses d'un point de la figure mobile est l'ellipsoïde des moments (130). La vitesse à t. d. de ce point est le produit des trois axes de cet ellipsoïde (18).

Le lieu des points où cette vitesse à t. d. est constante, est évidemment le lieu des points où le volume de cet ellipsoïde est constant : cherchons ce lieu.

Prenons pour axes des coordonnées les axes de l'hyperboloïde H ; si xyz sont les coordonnées courantes de l'ellipsoïde de translation et XYZ celles de l'ellipsoïde des moments (ou des vitesses) en O, on a (124) :

$$X = mx, \qquad Y = n'y, \qquad Z = p''z.$$

Les coordonnées courantes de l'ellipsoïde des vitesses d'un point quelconque $\alpha\beta\gamma$, cet ellipsoïde étant rapporté à son centre et à des axes parallèles aux précédents, sont données par les formules (125) :

$$X' = mx + \gamma y - \beta z, \qquad Y' = -\gamma x + n'y + \alpha z,$$
$$Z' = \beta x - \alpha y + p''z.$$

Or, le rapport des volumes des deux ellipsoïdes (X′Y′Z′) et (xyz) homographiques entre eux est évidemment exprimé par le déterminant :

$$\begin{vmatrix} m & \gamma & -\beta \\ -\gamma & n' & \alpha \\ \beta & -\alpha & p'' \end{vmatrix} = m\alpha^2 + n'\beta^2 + p''\gamma^2 + mn'p''.$$

On le voit par un raisonnement tout à fait analogue à celui que nous avons développé relativement à la vitesse à d. et à t. d. (4 et 5).

En égalant le rapport en question à une constante, nous exprimerons que le rapport du volume de l'ellipsoïde variable (X′Y′Z′) au volume de l'ellipsoïde fixe (xyz) est constant, c'est-à-dire, finalement, que le volume de l'ellipsoïde (X′Y′Z′) est lui-même constant. L'équation du lien cherché est donc :

$$m\alpha^2 + n'\beta^2 + p''\gamma^2 + mn'p'' = \mathrm{K}. \qquad (1)$$

C'est l'équation de l'hyperboloïde H (125) avec une constante K en plus.

Pour $\mathrm{K} = 0$, on retrouve cet hyperboloïde H, comme on devait s'y attendre, puisque cet hyperboloïde est le lieu des points où l'ellipsoïde des vitesses se réduit à un plan, c'est-à-dire où la vitesse à t. d. est nulle.

Toutes les surfaces du second degré représentées par l'équation (1) sont homothétiques et concentriques ; pour $mn'p'' = \mathrm{K}$, on a un cône.

Au lieu d'un hyperboloïde H on peut avoir, comme nous l'avons vu, un ellipsoïde imaginaire (125) ; dans ce cas, les surfaces (1) sont des ellipsoïdes et, pour que ces ellipsoïdes soient réels, il faut qu'on ait $\mathrm{K} > mn'p''$; K a donc une valeur minima, $\mathrm{K} = mnp$, laquelle réduit l'ellipsoïde (1) à son centre. Ainsi, l'origine des coordonnées est le point pour lequel la vitesse à t. d. est un minimum.

135. Le lecteur aura certainement remarqué que, dans le cours de cette étude, et notamment dans la théorie du mouvement à d. d., nous avions rencontré bien des théorèmes déjà connus ; cela était inévitable, puisque plusieurs géomètres ont

déjà étudié le mouvement des points sur des surfaces trajectoires; mais ce qui caractérise le point de vue auquel nous nous sommes placé, c'est que nous avons fait dépendre systématiquement les mouvements de tous les points du mouvement de l'un d'eux ou, ce qui revient au même, des coordonnées de ce point unique; cela nous a permis d'introduire, dans ces mouvements à d. d., l'idée de vitesse.

Quant aux mouvements à t. d., il n'est pas à notre connaissance qu'ils aient été étudiés jusqu'ici.

NOTE

SUR LE CALLOVIEN

DE LA VOIE FERRÉE DE TOUL A NEUFCHATEAU [1]

Par M. WOHLGEMUTH

CHARGÉ DE COURS COMPLÉMENTAIRE A LA FACULTÉ DES SCIENCES

L'établissement d'une voie ferrée de Toul à Neufchâteau (Vosges) m'a permis de faire quelques observations assez intéressantes pour faire l'objet de la présente note. J'ai étudié, en 1882, la stratigraphie de cette région (Barisey à Neufchâteau). J'ai montré qu'elle comprenait les assises suivantes [2] :

Sous l'oxfordien dont la base est la zone à *Ammonites Renggeri,* formée d'argiles à ammonites pyriteuses, renfermant de nombreux cristaux de gypse, et où l'on découvre surtout *Belemnites Clucyensis, Ammonites Mariæ, Ammonites ornatus,* le callovien est représenté uniquement par la zone de l'*Ammonites macrocephalus ;* celle-ci comprend des calcaires marneux jaunâtres ou bleuâtres, séparés par des marnes plus ou moins rocailleuses, d'une épaisseur de 3 à 5 mètres ; les principaux fossiles sont, dans cette région, l'*Ammonites Jacquoti,* des *Waldheimia obovata, Collyrites elliptica, Terebratula Sæmanni,* etc... Les deux autres zones calloviennes (à *Ammonites anceps* et à *Am-*

1. Séance du 18 juillet 1889.

2. *Mémoire sur le jurassique moyen à l'Est du bassin de Paris,* pages 154 et 155.

monites athleta), si bien développées dans la Haute-Marne, paraissent manquer au nord de Neufchâteau.

Le callovien repose à Toul sur un système de couches argileuses avec calcaires marneux (bathonien supérieur, zone à *Ammonites procerus*) qui passe latéralement, lorsqu'on approche de Neufchâteau, à un système de calcaires oolithiques divisés en plaques minces, que j'ai désigné sous le nom de *dalle oolithique*. La partie supérieure de celle-ci présente une surface complètement taraudée par les mollusques lithophages.

Les tranchées de la voie ferrée nouvellement construite m'ont permis de vérifier toutes les données ci-dessus et même de les compléter, grâce à quelques coupes magnifiques, bien supérieures à celles que j'avais pu relever de 1880 à 1882 dans des carrières ou des tranchées de route.

Entre Barisey et Neufchâteau, la voie ferrée n'entame d'abord que la base des argiles oxfordiennes, puis donne de grandes tranchées dans le callovien, près de Punerot et de Ruppes, et coupe ensuite toute l'épaisseur du bathonien supérieur jusqu'à Neufchâteau.

A Barisey-la-Côte, le callovien se montre déjà sur la voie ferrée; en se dirigeant vers Punerot, on trouve, à la sortie du bois de la Folie, une magnifique tranchée de 6 mètres environ dont voici la coupe (entre les kilomètres 90 et 91) :

Oxfordien : marnes argileuses avec petits cristaux de gypse et *Belemnites Clucyensis, Ammonites Jason, Nucula Electra, Terebratula sp...,* 3 mètres.

Callovien : marnes à oolithes ferrugineuses avec *Ammonites anceps, Waldheimia umbonella* (?), $0^{m},50$.

Marnes et calcaires marneux (ovoïdes) en bancs, les uns jaunâtres, les autres terreux bleuâtres avec très nombreux fossiles : *Ammonites macrocephalus, Ammonites Jacquoti, Ammonites anceps, Ammonites punctatus, Pholadomya Murchisoni, Pholadomya sp., Terebratula Sæmanni, Collyrites elliptica, Isocardia sp., Nautilus hexagonus, Pleurotomaria cyprœa* (moule interne), *Rhynchonella spathica, Avicula Munsteri,* etc., etc..., $2^{m},50$.

Les déblais de cette tranchée ont été déposés à l'entrée du bois, près de la voie ferrée (poteau kilométrique 91) et le prin-

cipal but de cette note est de signaler aux géologues cette belle station pour la récolte des fossiles de la zone à *Ammonites macrocephalus*, la plus riche que je connaisse dans toute la Lorraine.

Un fait bien remarquable est la réapparition en ce point de la zone à *Ammonites anceps*. Le minerai de fer si caractéristique de cette zone, bien développé dans la Haute-Marne, où il atteint jusqu'à 6 mètres, s'amincit aux approches de Neufchâteau et disparaît complètement au nord de cette ville. Or, ici, nous le retrouvons, avec une faible épaisseur, il est vrai, mais renfermant les quelques espèces caractéristiques, et nous avons déjà signalé, plus au Nord, dans la Meuse, aux environs de Mangiennes-les-Mines, un faible lambeau de la même assise. Ne semble-t-il pas que cette zone ait une extension plus grande que ne l'indiquent les affleurements, que tous ces lambeaux se rattachent entre eux sous l'oxfordien, du côté de la mer où s'est formé le dépôt et non du côté du rivage ; les argiles oxfordiennes les recouvrant transgressivement pour reposer directement sur la zone à *Ammonites macrocephalus?* Tout porte à le croire. Des sondages pratiqués à quelques kilomètres à l'ouest des affleurements pourraient seuls le démontrer.

Plus loin, vers Ruppes, les tranchées coupent le même callovien et, tout près de la voie, des carrières montrent déjà la dalle oolithique (bathonien supérieur).

A la sortie du bois des Grapoles, on trouve sur le bord de la voie deux immenses collines de déblais ayant près de 300 mètres de long sur une dizaine de hauteur ; ce sont des déblais venant d'une tranchée située plus loin (poteau kilométrique 80) ; elles sont formées de calcaires terreux jaunâtres et de marnes bleuâtres provenant exclusivement des couches à *Ammonites macrocephalus*. Bien que moins riches en fossiles que les déblais du bois de la Folie, on y trouve encore de très belles ammonites de grande taille. Il est probable que, grâce à la pluie et à la gelée, il y aura là, dans quelque temps, un riche champ d'investigations et de précieuses trouvailles à faire.

La tranchée d'où proviennent ces marnes, grâce à sa longueur qui dépasse un kilomètre et à la pente de la voie ferrée, coupe 6 à 8 mètres de callovien et une dizaine de mètres de bathonien

supérieur (dalle oolithique, calcaires grisâtres ou blanchâtres oolithiques en bancs peu épais à la partie supérieure et fissurés dans tous les sens). Cette tranchée présente un intérêt assez grand ; on y observe en effet, au contact du callovien, un banc limite criblé de perforations ; grâce au double profil de la tranchée (à pente faible dans les marnes calloviennes, à parois verticales dans les calcaires oolithiques), et à une plate-forme ménagée au contact, ces perforations sont visibles sur une grande surface.

A partir de ce point jusqu'au Vair, la voie ferrée court dans le bathonien ; le callovien est en effet rejeté tout à fait à la base des collines oxfordiennes et coralliennes : c'est une des rares localités où l'on observe dans une même côte à pente raide, le bathonien au pied, le callovien, l'oxfordien et le corallien de la base au sommet. C'est ce que montre le profil suivant de la côte Saint-Julien, près de la gare de Coussey (fig. 1).

Fig. 1. — La côte Saint-Julien, vue de la gare de Coussey.

Nous avons déjà signalé la relation intime qui existe entre cette disposition et la nature calcaire du bathonien supérieur, et montré que dans les cas où celui-ci est argileux (plaine de la Woëvre), les affleurements du callovien sont quelquefois rejetés de 5 à 10 kilomètres à l'est de la falaise corallienne et l'espace est occupé par une vaste plaine ondulée d'argiles oxfordiennes.

De là à Neufchâteau on franchit le Vair ; la voie ferrée, creusée dans la dalle oolithique (bathonien), se montrait, avant le dépôt du ballast, absolument sillonnée de crevasses très étendues et larges de 20 à 60 centimètres. Les bords de la vallée sont riches en failles plus ou moins remarquables. L'une d'elles a produit un

effondrement important du callovien au pied du bois Le Coq (fig. 2) ; elle a été figurée sur la carte géologique détaillée (feuille de Nancy) par M. Douvillé. A la gare de Soulosse, la tranchée en

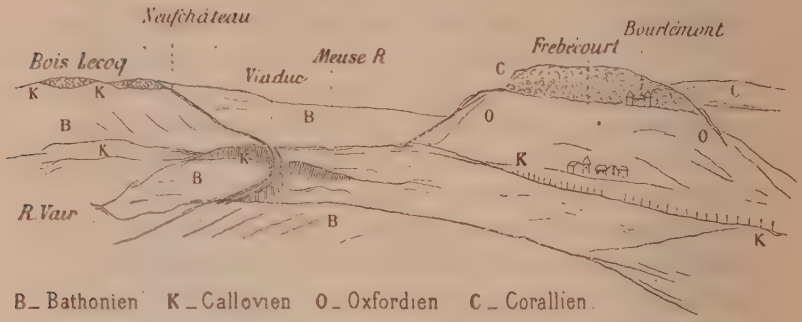


Fig. 2. — La vallée de la Meuse, vue de la côte Saint-Julien.

montre une contre-partie ; une faille très large, à peu près perpendiculaire à la précédente, abaisse tout le callovien au niveau de la partie moyenne du bathonien supérieur. Qu'on nous par-

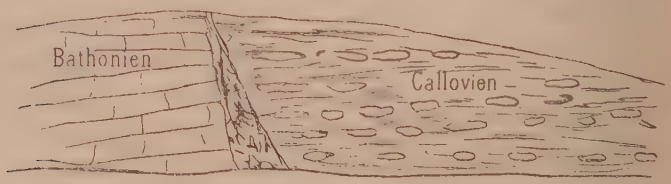


Fig. 3. — Station de Soulosse. Côté oriental de la tranchée ; faille située au nord de la gare.

donne ces détails un peu longs ; la voie ferrée a été construite avec le plus grand soin, avec un véritable luxe ; les couches visibles autrefois dans les tranchées sont masquées aujourd'hui par de la terre végétale et par une vigoureuse végétation ; de sorte que les observations géologiques y sont devenues très difficiles.

De la gare de Soulosse à Neufchâteau, je n'ai plus à signaler que la forte épaisseur des marnes qui forment la base du bathonien supérieur et reposent directement sur les calcaires compacts à *Rynchonella decorata*. Ces marnes renferment entre autres : *Rynchonella concinna*, *Acanthothyris spinosa*, *Waldheimia ornithocephala*, etc.

Il ressort aussi de nos observations que, de Neufchâteau vers Toul, la dalle oolithique s'étend beaucoup plus loin, avant de se transformer en assises argileuses, le long de la voie ferrée qu'en suivant une ligne parallèle située à 4 ou 5 kilomètres à l'Est. De sorte qu'au niveau de Ruppes l'élément calcaire semble aussi faire place, vers l'Est, à l'élément marneux dans les mêmes assises.

En résumé, le chemin de fer de Barisey à Neufchâteau a permis d'ajouter à nos observations antérieures les notions suivantes :

1° Grande épaisseur des couches à *Ammonites macrocephalus* vers Punerot et Ruppes ;

2° Réapparition au même point de la zone à *Ammonites anceps* sous forme d'une mince couche ferrugineuse ;

3° Observations de nombreuses failles, notamment près des abords de la vallée du Vair ;

4° Enfin il a créé à Punerot et à Ruppes deux gisements fossilifères très importants où l'on peut recueillir en quelques minutes toutes les formes typiques du callovien à *Ammonites macrocephalus*.

MOLLUSQUES TERRESTRES

DU ROUSSILLON

PAR M. BUCQUOY

Genre « Helix ». Établi par Linné en 1758.

Les coquilles des *Helix* sont composées de plusieurs tours séparés par un sillon, plus ou moins profond, nommé suture.

L'enroulement des tours se fait normalement de gauche à droite ; on a donné à l'ensemble des tours, moins le dernier, le nom de spire.

La forme des coquilles est très variable ; elle peut être conique, globuleuse, subglobuleuse ou subdéprimée et enfin franchement déprimée ou discorde.

L'ouverture ou bouche est toujours contiguë à l'axe de la coquille dont la columelle est sans troncature.

En général dextre, l'ouverture peut varier d'aspect ; d'habitude elle est ronde ou ovale, plus ou moins aplatie dans un sens ou dans l'autre et presque toujours échancrée à sa partie columellaire par l'avant-dernier tour, qui pénètre dans l'ouverture.

Le labre, lèvre droite du péristome, peut être droit ou simplement évasé ou encore réfléchi, c'est-à-dire replié en dehors, avec ou sans plissements. En général, le péristome est interrompu, c'est-à-dire qu'il s'arrête au bord columellaire et à l'insertion du bord latéral, mais ces deux points d'application peuvent être reliés par un pli marqué sur l'avant-dernier tour, ce

qui constitue le péristome subcontinu ; tandis que l'épanouissement complet de la lèvre sur la columelle forme le péristome continu.

L'animal se retirant en entier dans la coquille, celle-ci s'obture hermétiquement, pendant la saison hivernale, par une cloison, adhérente au péristome, sécrétée par le mollusque et nommée épiphragme, variant de couleur et de consistance suivant les espèces.

Les coquilles des hélices présentent parfois des anomalies dans l'enroulement des tours soit avec exagération des sutures, ce qui constitue les formes scalaires pouvant aller jusqu'au déroulement complet avec l'aspect de corne d'abondance ; soit par le sens de l'enroulement qui, allant de droite à gauche, produit les échantillons à bouche sénestre.

Nous n'insisterons pas sur les variations de taille, de dépression ou de conicité de certaines espèces, pas plus que sur les déformations accidentelles tenant à des traumatismes. Certaines de ces indications peuvent servir à établir des variétés, mais les malformations et les déviations ne constituent que des sujets tératologiques ou pathologiques, curieux à collectionner mais non à classer.

En général ce sont les espèces comestibles qui comptent dans les collections le plus d'échantillons anormaux, cela s'explique par le plus grand nombre d'individus soumis à l'examen des gastronomes, qui s'empressent de mettre de côté les sujets à aspect bizarre.

Classification. — Pour classer les *Helix*, il faudrait avant tout considérer le contenu (animal) et ne se servir du contenant (coquille) que comme point de repère secondaire.

Les naturalistes les ont groupés, soit d'après les organes de la reproduction, soit d'après ceux de la mastication, ou encore d'après l'habitat.

Avec un ensemble de 4,000 espèces, il serait illusoire de s'en rapporter à la coquille dont les formes générales sont peu variées et dont les dispositions diverses donneraient des cadres englobant des espèces par trop nombreuses.

Il n'en est plus de même pour une faune locale, dont l'exposi-

tion comprend un nombre de types relativement restreint et offrant des formes extérieures si tranchées qu'elles peuvent servir à la détermination des espèces ou au moins à des groupements nettement saisissables.

Convaincu de cette possibilité, nous allons tenter un essai pour les *Helix* du Roussillon en nous appuyant sur la forme générale comme base des divisions importantes. La présence de l'ombilic, son absence ou une simple fissure ombilicale nous aideront aux subdivisions des grands groupes.

Le péristome droit ou réfléchi nous permettra de nouveaux fractionnements et enfin la contexture du test nous facilitera les dernières séparations.

Nous compléterons cette exposition par une série de planches, afin de bien préciser les types collectionnés par nous.

TABLEAU ANALYTIQUE.

- **Coniques.**
  - Allongées ou turriculées.
    - Beaucoup plus hautes que larges . . . — 1 *Helix acuta.* — 2 *Helix barbara.*
    - Un peu plus hautes que larges. . . . — 3 *Helix conoidea.*
  - Trochiformes.
    - Aussi, ou plus larges que hautes . . . — 4 *Helix terrestris.* — 5 *Helix trochilus.*
    - Coniques globuleuses — aussi hautes que larges. . — 6 *Helix trochoides.*
    - Coniques globuleuses — plus larges que hautes. . — 7 *Helix pyramidata.*
- **Globuleuses.**
  - Ombiliquées. Très petites, à test transparent et fragile. — 8 *Helix rupestris.*
  - Perforées.
    - Péristome droit. Spire surbaissée. Test assez fragile . . . . . — 9 *Helix Pisana.*
    - Péristome droit. Spire coniforme. Test solide — 10 *Helix variabilis.*
    - Péristome évasé réfléchi. Test brun corné, strié, fragile . . . . . — 11 *Helix strigella.*
  - **Imperforées.**
    - Grosses coquilles
      - Péristome droit. Test opaque, bouche noire . . . . . — 12 *Hel. melanostoma.*
      - Péristome réfléchi. Test opaque fortement strié. — 13 *Helix pomatia.*
      - Péristome réfléchi. Test chagriné, moins solide. — 14 *Helix aspersa.*
    - Coquilles de taille moyenne
      - Globuleuses allongées. Péristome droit. Test fragile. . . . . — 15 *Helix aperta.*
      - A peu près globuleuses. Péristome plus ou moins évasé . . . . . — 16 *Helix sylvatica.* — 17 *Helix nemoralis.* — 18 *Helix arbustorum.*
      - Orbiculaires subdéprimées.
        - Péristome peu évasé. Test mince. . — 19 *Helix splendida.*
        - Péristome peu évasé. Test solide. . — 20 *Helix Companyoii.*
        - Péristome nettement réfléchi. Test solide. . — 21 *Helix vermiculata.*
        - Péristome nettement réfléchi. Test mince. . — 22 *Helix apalolena.*

Subdéprimées.

- **Imperforées.**
  - Péristome droit. Bande blanche sur la carène. Test translucide . . . . . 23 *Helix limbata.*
  - Péristome évasé. Test blanc luisant. Labre brun rosé. . . . . 24 *Hel. carthusiana.*
- **Ombiliquées. Péristome droit.**
  - Test strié finement . . . 25 *Helix plebeia.*
  - Test strié fortement. . . 26 *Helix striata.*
  - Test strié, côtelé . . . . 27 *Hel. conspurcata.*
  - Test hispidule
    - mince . . . 28 *Helix hispida.*
    - opaque. . . 29 *Helix apicina.*
  - Test lisse. Ombilic large.
    - Coquilles fortes . . . 30 *Helix ericetorum.* / 31 *Helix cespitum.*
    - Coq. moyennes . . . 32 *Helix neglecta.*

Coquilles franchement déprimées, discoïdes.

- Discoïdes enroulées en spirale . . . . . 33 *Hel. Quimperiana.* / 34 *Helix obvoluta.*
- Spire aplatie. Base convexe . . . . . 35 *Helix explanata.*
- Forme lenticulaire.
  - Péristome droit. . . . . 36 *Helix rotundata.* / 37 *Helix lenticula.*
  - Péristome réfléchi. . . . 38 *Helix Rangiana.*
- Bombées sur les deux faces. Carène aiguë. Péristome droit, presque continu. . . . . 39 *Helix lapicida.*
- Spire déprimée, base convexe. Péristome réfléchi
  - interrompu . 40 *Helix Pyrenaica.* / 41 *Helix cornea.* / 42 *H. squammatina.*
  - continu. . . 43 *H. Desmoulinsii.*
- Plates orbiculaires, petites, à péristome réfléchi. Test
  - opaque. . . . . 44 *Helix pulchella.* / 45 *Helix costata.*
  - lisse. . . . 46 *Helix pygmæa.*
- Légèrement convexes sur les deux faces, petites, à test translucide brillant
  - côtelé . . . 47 *Hel. micropleuros.*

Coquilles coniques. — Allongées, turriculées, beaucoup plus hautes que larges. (Pl. 3, fig. 1, 2.)

1° **Helix acuta** (Muller, 1774).
Bulimus acutus (Bruguière, 1789).
— (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
Helix acuta (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille turriculée, aiguë au sommet, irrégulièrement striée, à consistance assez solide et d'aspect opaque dans les échantillons récoltés *post mortem*.

Ouverture ovale arrondie ou presque ronde ; péristome simple, droit à bord tranchant.

Épiphragme mince et vitreux. Columelle un peu réfléchie, garnissant un ombilic étroit et peu profond.

Sept à neuf tours de spire convexes, à suture profonde.

Test blanc ou grisâtre, souvent unicolore, parfois fascié transversalement par des bandes brunes ou noires, fréquemment interrompues par des taches blanches ou hyalines, le dernier tour portant parfois une bande longitudinale, plus ou moins foncée, visible sur la face interne.

Hauteur de 12 à 18 millimètres. Diamètre, 4 à 6 millimètres.

Cette hélice, très répandue en Roussillon, habite tout le littoral, de Salces à Argelès, mais remonte également dans les différentes vallées jusqu'aux basses montagnes. Arles, bords du Tech (Companyo), Amélie, Ollastre (Massot). Plus elle s'éloigne du bord de la mer et s'élève, plus la coquille se développe et prend de consistance. (Pl. 3, fig. 3, 4.)

2° **Helix barbara** (Linné, 1758).
Bulimus ventricosus (Draparnaud, 1801).
Helix bulimoides (Moquin-Tandon, 1855).
(Companyo, 1863).
Helix barbara (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille allongée, subaiguë au sommet, plus courte que la précédente, un peu plus renflée, ce qui lui donne un aspect plus trapu, une forme un peu ventrue.

Ouverture demi-ovale, oblique, échancrée par l'avant-dernier tour, péristome simple, à épiphragme transparent, irisé. Ombilic à peine accusé.

Six à sept tours de spire, peu saillants, séparés par des sutures marquées mais peu profondes.

Test gris opaque, un peu luisant, à stries assez larges et inégales, entouré en spirale par une bande fauve ou brune, souvent transparente, non visible à l'intérieur.

Hauteur, 9 à 10 millimètres. Diamètre, 5 à 6 millimètres.

Habite avec l'*Helix acuta*, seulement sur le littoral dont il envahit la végétation, surtout les luzernes, mais ne dépasse pas la base des premières collines (Companyo, Massot).

Coquilles coniques. — Un peu plus hautes que larges. (Pl. 3, fig. 5, 6.)

3° **Helix conoidea** (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille un peu plus haute que large, de forme beaucoup plus ramassée que les deux espèces précédentes, encore conique mais non allongée.

Ouverture presque arrondie, peu échancrée par l'avant-dernier tour. Péristome interrompu, droit et mince, légèrement aplati dans la région ombilicale, à épiphragme mince et transparent. Ombilic étroit et peu profond.

Cinq à six tours de spire, le dernier plus développé et légèrement caréné, les autres convexes aplatis, à suture nettement marquée.

Test blanc, gris uniforme ou orné de bandes transversales brunes ou fauves, variant dans leur dispositif; portant parfois une bande longitudinale, bien marquée, au-dessous de la carène sur le dernier tour.

Hauteur, 6 à 7 millimètres. Diamètre, 5 à 7 millimètres.

Habite le littoral et surtout Banyuls (Massot) et s'étend sur toute la côte espagnole (Penchinat).

Coquilles coniques. — Trochiformes, aussi ou plus larges que hautes. (Pl. 3, fig. 9, 10, 11.)

4° **Helix terrestris** (Linné, 1758).
— (Pennant, 1777).
Helix elegans (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
Helix terrestris (Locard, 1882).

Coquille conique, aussi large que haute; à base élargie, plane-convexe; sept tours de spire, le dernier garni à la périphérie d'une carène aiguë; ombilic peu ouvert mais profond.

Ouverture déprimée, formant un angle aigu au niveau de la carène; péristome droit, peu épais, blanc, à bords très écartés; épiphragme complet, solide, souvent inégalement crétacé.

Test blanchâtre ou gris sale, parfois maculé de points violets, et orné de stries crénelées sur la suture qui forme un bourrelet blanc. Sommet presque toujours coloré en brun violet, luisant et obtus. Cette coquille peut être unicolore, fasciée ou maculée.

Hauteur, 6 à 9 millimètres. Diamètre, 7 à 10 millimètres.

L'*Helix terrestris* habite surtout la plaine (Companyo), mais monte parfois jusqu'aux coteaux, car Massot l'a récolté à la tour de Tautavel. (Pl. 3, fig. 12, 13, 14.)

5° **Helix trochilus** (Poiret, 1789).
Helix terrestris, Variété *trochilus* (Moquin-Tandon, 1855).
Helix trochilus (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

N'est qu'une variété surbaissée de l'*Helix terrestris*, à base un peu plus convexe et à carène plus accentuée.

Hauteur, 4 à 5 millimètres. Diamètre, 8 à 10 millimètres.

Habite tout le littoral au milieu des *terrestris* et se fait remarquer par sa couleur blanc jaunâtre et la bande brune qui orne la partie supérieure de ses tours de spire.

Coquilles coniques. — Trochiformes, globuleuses, aussi hautes que larges. (Pl. 3, fig. 7, 8.)

6° **Helix trochoides** (Poiret, 1789).
Helix conica (Draparnaud, 1801).
Helix trochoides (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Tout en présentant un aspect conique surbaissé, cette coquille ne ressemble plus en rien aux précédentes et se groupe naturellement avec l'*Helix pyramidalis* par sa forme conico-globuleuse.

Ouverture ovale arrondie, plus large que haute ; péristome interrompu, droit ; épiphragme blanc, mince et légèrement opaque.

Tours finement striés convexes, séparés par des sutures nettement accusées et ornés d'une bande longitudinale brune à la base ; le dernier tour porte souvent des macules interrompues sur sa base.

Hauteur, 4 à 7 millimètres. Diamètre, 6 à 8 millimètres.

Coquilles coniques. — Trochiformes, globuleuses, plus larges que hautes. (Pl. 3, fig. 48, 49, 50.)

7° **Helix pyramidata** (Draparnaud, 1805).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille trochiforme globuleuse, conique en dessus, bombée en dessous, à ombilic très étroit et peu profond.

Ouverture transversale, ovale, arrondie, plus large que haute ; péristome interrompu, droit, à bourrelet blanc, à labre souvent roussâtre ; épiphragme mince, très peu transparent, crétacé.

Test finement strié, épais, solide, opaque, unicolore ou diversement fascié de fauve ou de noir, à bandes continues ou interrompues.

Hauteur, 6 à 10 millimètres. Diamètre, 8 à 12 millimètres.

Se trouve sur tout le littoral, mais principalement sur les plages d'Argelès et les coteaux de Collioure et de Banyuls (Massot, Companyo).

Coquilles globuleuses. — Ombiliquées, très petites, à test transparent et fragile.

8° **Helix rupestris** (Studer, 1789).
— (Draparnaud, 1801).
— (Michaud, 1831).
Helix saxatilis (Hartmann, 1841).
Helix rupicola (Stabile, 1859).
Helix rupestris (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Petite, globuleuse, conique en dessus, à peu près plate en dessous.

Ouverture ronde ; péristome interrompu à bord tranchant, sans bourrelet intérieur.

Suture profonde séparant 4 à 5 tours convexes ; sommet obtus ; ombilic ouvert.

Test brun corné, fauve brun ou fauve noirâtre, unicolore finement strié.

Hauteur, 1 à 2 millimètres. Diamètre, 1 à 2 millimètres.

Habite les basses montagnes des trois vallées et circule par les plus fortes chaleurs le long des roches humides (Companyo, Massot).

Coquilles globuleuses, perforées. — Péristome droit. Spire surbaissée. Test assez fragile. (Pl. 2, fig. 1, 2, 3, 4, 5.)

9° **Helix Pisana** (Muller, 1774).
Helix zonaria (Pennant, 1777).
Helix rhodostoma (Draparnaud, 1805).
Helix Pisana (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille globuleuse, étroitement perforée, irrégulièrement striée, luisante, grisâtre, fasciée de bandes fauves, brunes ou noires, s'enroulant autour de la coquille et parfois renforcées par des macules ou bandes plus foncées.

Il existe souvent sur le dernier tour des petites lignes noires, plus ou moins apparentes, au nombre de six.

Ouverture assez fortement échancrée par l'avant-dernière spire et aussi large que haute.

Péristome non réfléchi, un peu évasé, marginé intérieurement avec un fort bourrelet, généralement teint en carmin. Columelle dilatée, calleuse, recouvrant presque la fente ombilicale; épiphragme vitreux, mince, devenant plus consistant quand l'animal se fixe aux plantes pour hiverner.

Spire à 5 tours un peu carénés, arrondis; suture peu profonde.

Vit dans tout le département, mais se plaît surtout dans les garrigues. Se groupent avec les *variabilis*, vers l'automne, le long de toutes les tiges desséchées des grandes plantes : onopordon, scolimes, etc.

Globuleuses. — Perforées. Péristome droit. Spire coniforme. Test solide. (Pl. 2, fig. 6, 7, 8.)

10° **Helix variabilis** (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille globuleuse, élevée, un peu conique ou légèrement subdéprimée, irrégulièrement striée, à 5 ou 6 tours de spire,

arrondis, convexes, le dernier plus grand proportionnellement. Suture marquée ; ouverture arrondie, les deux bords recourbés l'un vers l'autre à leur insertion ; péristome non réfléchi, interrompu, un peu évasé, avec un fort bourrelet intérieur saillant, parfois double, brun rougeâtre, vineux en dedans et en dehors.

Ombilic très ouvert, augmentant avec l'âge par l'accroissement du dernier tour, ce qui lui donne souvent l'aspect de l'*Helix neglecta* ou *ericetorum*.

Test opaque blanc, diversement fascié en bandes brunes continues; sommet brun, lisse et luisant. Épiphragme très mince, vitreux.

Hauteur, 10 à 18 millimètres. Diamètre, 13 à 22 millimètres.

La dénomination de *variabilis* indique que cette coquille est sujette à variations, aussi trouvons-nous cet *Helix* ou au moins certaines de ses variétés sous diverses dénominations : *Helix lauta* (Lowe, 1831) ; *Helix lineata* (Olivi, 1799).

Quant à l'*Helix acrompsia* (Bourguignat), variété citée par Massot comme habitant les environs de Collioure, fort Saint-Elme, je n'ai pu m'en procurer d'échantillon, même pas dans la collection laissée par le savant sénateur.

Cette espèce est très polymorphe, et l'on peut isoler des échantillons qui, à première vue, paraissent dissemblables, mais qui se relient par une série d'intermédiaires formant une chaîne non interrompue.

Les principaux types à noter sont :

1° Forme discoïde et uniformément grisâtre ;

2° Coquille conique blanche, à péristome très épais ;

3° Forme très conique et à fascies ou fauves, ou gris jaunâtre, avec cinquième bande marginale interrompue sur la carène du dernier tour ;

4° Forme déprimée à fascies inégales, souvent fondues, couleur du fond gris verdâtre, péristome vineux;

5° Échantillons petits, à fascies interrompues, brunes ou noires ;

6° Types anormaux de taille ou de conformation.

Habite en général toutes les plages, de préférence les rives des étangs, Salces, Bordigal, Leucate (Companyo, Massot).

Coquilles globuleuses perforées. — Péristome évasé, réfléchi. Test brun corné, strié, fragile. (Pl. 2, fig. 9, 10, 11.)

11° **Helix strigella** (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille globuleuse, déprimée transversalement et fortement striée.

Ouverture arrondie, semi-lunaire.

Péristome évasé, légèrement réfléchi; columelle et bourrelet blanc ou roux intérieurement, corné en dehors; épiphragme vitreux et mince. Ombilic assez large et profond.

Test brun, fauve rougeâtre ou corne clair ou blanchâtre, surtout après abandon par l'animal et exposition à l'air. Bande transparente sur la carène de l'avant-dernier tour. Suture peu profonde. Sommet obtus.

Hauteur, 7 à 8, 9 à 12 millimètres. Diamètre, 12 à 15, 15 à 18 millimètres.

Se trouve exceptionnellement à Perpignan, le long du cours de la Tet, surtout dans les taillis de la Pépinière, amené par les inondations (Companyo), sans doute l'*Helix Ilusinica* (Bourguignat, 1878). C'est là, du reste, que se trouvent les grands échantillons, tandis que le type vit dans les taillis le long des trois cours d'eau, en remontant jusqu'à Tautavel (Massot), la Preste (Aléron), le long des Albères (Penchinat).

Coquilles globuleuses, imperforées. — Grosses. Péristome droit. Test opaque, bouche noire. (Pl. 1, fig. 11.)

12° **Helix melanostoma** (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille globuleuse, assez finement mais irrégulièrement striée à l'extérieur, lisse à l'intérieur, solide, colorée en brun cendré, fasciée de brun foncé, cela assez obscurément surtout au sommet des spires.

Ouverture ronde à péristome droit, réfléchi seulement vers le

bord columellaire, interrompu et coloré en pourpre noirâtre ; épiphragme mince et blanc ; sans ombilic.

Hauteur, 34 à 40 millimètres. Diamètre, 32 à 38 millimètres.

Companyo l'indique dans les vergers et plantations de Maury et de Saint-Paul-de-Fenouillet ; Massot prétend n'avoir jamais pu en trouver un exemplaire.

Pour mon compte, je n'ai jamais vu cette coquille qu'en échantillon de collection, venant d'Afrique ou d'Espagne ; elle me semble donc douteuse pour les Pyrénées-Orientales.

Globuleuse. — Imperforée. Grosse. Péristome réfléchi. Test opaque, fortement strié.

13° **Helix pomatia** (Linné, 1758).
— (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Grosse coquille globuleuse, un peu conique, grossièrement striée, avec stries d'accroissement très élevées.

Ouverture presque ronde ; péristome évasé, réfléchi, blanc vineux, columelle calleuse recouvrant la fente ombilicale.

Spire à 5 tours convexes, le dernier très grand, 2/3 de la coquille, sommet obtus, lisse.

Test solide, blanc sale ou roussâtre, à bandes fauves assez obscures, mais nettement tracées et très accentuées dans la variété *pyrgia* (Bourguignat) des Vosges. Gorge blanche ou blanc sale ; épiphragme opaque, crétacé, très adhérent en hiver et se détachant d'une pièce.

Hauteur, 40 à 50 millimètres. Diamètre, 38 à 50 millimètres.

Si je cite cette coquille, c'est pour attirer l'attention des amateurs roussillonnais qui la chercheraient en vain dans les Pyrénées-Orientales où les différentes tentatives d'introduction ont échoué, soit à Perpignan (colonel Kindelan), soit à Elne (M. Calmètes). Aléron prétend que certains sujets ont résisté une année, mais qu'ils n'ont pu être retrouvés l'année suivante, au Mas-Anglade.

Globuleuses. — Imperforées. Grosses. Péristome réfléchi. Test chagriné. Moins solide. (Pl. 1, fig. 1, 2, 3.)

14° **Helix aspersa** (Muller, 1774).
— (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille globuleuse, légèrement conique, à stries très apparentes, éloignées et chagrinées ; épiderme d'un jaune foncé, verdâtre ; cercle de 3 à 4 bandes brunes ou presque noires, interrompues et marquées de flammules de jaune doré. Les deux bandes inférieures se voient dans l'intérieur de l'ouverture sur l'avant-dernier tour.

Ouverture ovale, arrondie, régulière, plus haute que large ; les deux bords recourbés l'un vers l'autre à leur insertion, le columellaire élargi et déprimé à sa naissance. Péristome peu évasé, réfléchi, épaissi à l'intérieur, de couleur blanc de lait tirant sur l'azur ; columelle épaisse et calleuse ; épiphragme blanc cendré, assez mince.

Quatre à cinq tours de spire, convexes avec dernier tour très développé, suture marquée, sommet lisse et mamelonné.

Hauteur, 35 à 45 millimètres. Diamètre, 26 à 46 millimètres.

Il en existe diverses variétés, les unes sont unicolores, les autres fasciées, d'autres concolores jaunâtres, presque pellucides.

Quant à la forme, elle est également très variable : de presque déprimée qu'elle est dans le centre de la France, elle tend à la conicité au fur et à mesure que l'on s'avance dans les régions chaudes ; il est des types d'Algérie et de Tunisie qui sont tout à fait coniques. La forme scalaire est fréquente dans l'espèce et le déroulement peut aller jusqu'à la corne d'abondance (échantillons vus dans la collection Massot). Les bouches sénestres sont très fréquentes dans les collections.

L'*Helix aspersa* est l'escargot comestible le plus recherché en Roussillon, cela à cause de sa taille, car sa chair est un peu coriace et très souvent amère, pour peu que l'animal ait vécu parmi les genêts.

Comme chaque sujet capturé passe sous les yeux des gourmets, les types anormaux sont mis soigneusement de côté et conservés dans les familles, c'est ce qui explique le grand nombre de monstruosités de l'espèce qu'on voit dans les collections.

Globuleuses. — Imperforées. Taille moyenne. Globuleuses allongées. Péristome droit. Test fragile.

15° **Helix aperta** (Born, 1779).
Helix naticoides (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
Helix aperta (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille globuleuse ovale, fortement striée en dedans et en dehors.

Ouverture très ample, ovale ; péristome tranchant, blanc en dedans, bord columellaire très écarté de l'autre.

Test vert foncé, unicolore ; pas d'ombilic.

Quatre tours de spire, le dernier occupant les 5/6 de la coquille.

Épiphragme bombé et solide.

Hauteur, 24 à 30 millimètres. Diamètre, 20 à 26 millimètres.

Nous donnons cette coquille sous toutes réserves, car nous ne la croyons nullement roussillonnaise.

Nous ne la voyons figurer dans aucune des nomenclatures pyrénéennes (Noulet, Fagot, Nansouty).

Massot et Penchinat déclarent formellement n'en avoir jamais trouvé trace.

Companyo prétend l'avoir récoltée dans les basses Albères ; ne serait-ce pas pendant l'année d'essais faits pour introduire cette bonne espèce ? C'est plus que probable.

Pour moi, je déclare, jusqu'à plus ample information, l'*Helix aperta* étranger au Roussillon.

Globuleuses. — Imperforées. Taille moyenne. Péristome plus ou moins évasé.

16° **Helix sylvatica** (Draparnaud, 1801).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Globuleuse un peu déprimée, assez irrégulièrement striée. Bouche arrondie, plus haute que large.

Péristome légèrement évasé, garni d'un bourrelet intérieur

blanc, brun violet, ou carminé clair, s'élargissant vers le bord columellaire et couvrant tout à fait la fente ombilicale.

Six tours de spire convexes, suture nettement déterminée.

Épiphragme assez mince, blanchâtre et très opaque.

Hauteur, 7 à 10, 12 à 15 millimètres. Diamètre, 12 à 16, 20 à 24 millimètres.

Test variable, en général blanchâtre, orné de bandes brunes, plus ou moins foncées, généralement interrompues, parfois soudées, mais dessinant toujours une bande blanche opaque ou jaunâtre dans la carène du dernier tour. Il en existe même des variétés à bandes hyalines (*Albinos*).

Quant aux dimensions, elles sont très variables.

Companyo cite, d'après Aléron, les Albères comme habitat à cette hélice, et il prétend en avoir récolté à Saint-Laurent-de-Cerdans et à Céret. — Massot la déclare très rare. — Penchinat, dont j'ai parcouru la collection, n'en possédait aucun échantillon de provenance roussillonnaise. Elle n'est citée dans aucune nomenclature pyrénéenne. Peut donc être déclarée comme espèce au moins très douteuse pour les Pyrénées-Orientales. (Pl. 1, fig. 12, 13, 14.)

17° **Helix nemoralis** (Linné, 1758).
— (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872),
— (Locard, 1883).

(Pl. 1, fig. 15, 16.)

17° *bis* **Helix hortensis** (Muller, 1774).
— (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Helix nemoralis (Linné)

L'*Helix nemoralis* établi par Linné en 1758, et l'*Helix hortensis*, érigé en espèce par Muller en 1774, ne sont, à bien considérer, que deux races d'une même espèce, et non deux espèces, ce sont tout au plus deux variétés.

Muller spécifiait l'*hortensis* par sa bouche blanche, tandis qu'il appelait *nemoralis* les types à péristome coloré.

L'établissement des variétés d'*hortensis* à bouches noires et de *nemoralis* à bouches blanches est une contradiction inadmissible dans toute classification rationnelle.

Pour ajouter à cette confusion, l'on s'est imaginé de subdiviser ce malheureux *Helix* d'après son ornementation, en saupoudrant le tout de noms propres de localités, d'amateurs ou de malacologistes.

Pour maintenir deux espèces, l'on a invoqué la taille, en attribuant le maximum au *nemoralis,* le minimum à l'*hortensis.*

L'observation est contradictoire, vu que le Roussillon fournit des *hortensis* égalant en dimension les plus gros *nemoralis,* tandis que dans le Rhône, par exemple, les deux espèces sont fort souvent de petite taille.

L'habitat sur lequel on s'est rabattu ensuite ne me semble guère plus spécifique ; ainsi tandis que dans le Rhône l'*hortensis* figure dans la faune montagnarde, le *nemoralis* prospère dans la plaine.

En Roussillon, au contraire, les deux espèces vivent partout, jusqu'aux basses montagnes, tandis que les altitudes sont seules occupées par les *nemoralis.*

Chaque espèce, dit-on, vit séparément, se localise, se parque par région ; ce fait est également controuvé, car les deux espèces font souvent fort bon ménage et cohabitent sur le même terrain, leurs bonnes relations allant jusqu'à l'accouplement, à en croire Aléron, Massot, Gassies.

Quant à la forme extérieure, aux spires, à la bouche, au test et à l'ornementation, il n'y a pas la moindre différence.

Les mêmes difficultés de distinguer les deux espèces, *nemoralis* et *hortensis,* existent pour les coquilles fossiles quaternaires d'Alsace et de Lorraine, qu'on trouve d'ailleurs ensemble dans les mêmes gisements. (Communication de M. le Dr Bleicher.)

Il semblerait donc logique de n'admettre qu'un type, l'*Helix nemoralis,* caractérisé comme suit :

Coquille globuleuse, légèrement conique, imperforée ; à bouche irrégulière, ovale, arrondie ; à péristome évasé, réfléchi, légère-

ment épaissi à l'intérieur, coloré en noir, pourpre, fauve ou blanc.

Tours au nombre de cinq, arrondis, enroulés de gauche à droite. Le dernier proportionnellement de beaucoup le plus développé.

Test léger, résistant, luisant et brillant, finement strié ; variable de couleur du blanc au rouge orangé, en passant par les différentes teintes du jaune.

Cette coloration peut être du même ton pour toute la coquille, mais le plus fréquemment le test est rayé de bandes fauves, noires ou hyalines en nombre variable de 1 à 5 et très rarement 6.

Il peut arriver que ces bandes soient interrompues et composées de séries de lignes, taches ou points, ou être soudées en un, deux ou trois faisceaux distincts, même souvent fusionnées au point de former un bandeau couvrant presque toute la spire, surtout le dernier tour. . . . . .

Si cependant on tenait absolument à conserver l'*Helix* de Muller, qu'on convienne d'un caractère net, tel que le péristome blanc, comme spécifique de cette variété, l'on éviterait ainsi ce mélange de bouches blanches dans les *nemoralis* et de bouches noires dans le groupe *hortensis*.

Pour les amateurs qui tiennent à émailler leurs tiroirs de spécimens nombreux, l'*Helix nemoralis*, ainsi caractérisé, offrira encore d'assez belles ressources d'exposition. On aura les types unicolores, jaunes, roux, roses, olives, blancs ; avec chacune de ces couleurs, l'ornementation fournira des échantillons de 1, 2, 3, 4, 5 et exceptionnellement 6 bandes qui, elles-mêmes, peuvent être fauves, noires ou transparentes. Je ne veux même pas parler des bandes interrompues, maculées, ponctuées, juxtaposées ou soudées.

La variété à bouche blanche traitée de la même façon donnera une seconde série tout aussi étendue, et tout cela sans compter les monstruosités ou malformations assez communes. (Forme surbaissée, subaplatie, scalaire ou sénestre.)

En Roussillon, l'*Helix nemoralis* habite les bois et les vignes, ainsi que les haies de tous les jardins, même dans les localités les plus élevées du département où il a, du reste, un développe-

ment anormal et une coloration des plus vives ; ce qui expliquerait peut-être la présence des péristomes noirs dans les altitudes. Tandis que les bouches blanches ne dépassent guère les basses montagnes. (Pl. 1, fig. 17, 18, 19, 20.)

18° **Helix arbustorum** (Linné, 1758).
— (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Globuleuse, finement striée.

Bouche arrondie, plus haute que large ; péristome fortement évasé, tranchant, blanc et épaissi en dedans. La lèvre externe a la coloration du test ou un peu plus claire.

Bord columellaire aplati, recouvrant la fente ombilicale.

5 à 6 tours de spire arrondis à suture marquée.

Test de couleur fauve, variant, quant au fond, de la teinte opaline au brun foncé, et parfois orné d'une bande brun foncé, mais souvent maculé d'une série de taches brunes transversales ou en zigzag.

Habite les Albères (Aléron, Penchinat), Céret (Companyo), toutes les montagnes moyennes (Massot).

Deux *Helix* signalés en Roussillon, portant l'un le nom d'*Helix Xatarti* (Farines), l'autre le nom d'*Helix Canigouica* (Boubée), et vivant dans les hautes régions, de 1,200 mètres aux neiges, ne sont que des variétés de l'*Helix arbustorum*, à types plus petits, plus colorés ; il en est de même, sans doute, de l'*Helix Fagoti* (Bourguignat) que je n'ai jamais eu entre les mains.

Coquilles globuleuses, imperforées. Taille moyenne. Orbiculaires subdéprimées.

Péristome légèrement évasé, test mince. (Pl. 2, fig. 42, 43, 44, 45, 46.)

19° **Helix splendida** (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1883).

Coquille déprimée en dessus, un peu bombée en dessous.

Bouche ovale oblique, bord columellaire relativement beau-

coup plus bas que le bord opposé ; tous deux se rapprochant vers le bas.

Péristome droit interrompu, légèrement épaissi, blanc ou rosé en dedans.

5 tours de spire aplatis, le dernier occupant les trois quarts de la hauteur de la coquille.

Test blanc jaunâtre, légèrement opaque ou transparent, unicolore ou orné de bandes variant en nombre et en teinte, souvent remplacées par des points, soit en totalité, soit en partie.

Hauteur : 8 à 10 millimètres. — Diamètre : 16 à 19 millimètres.

Cet *Helix* habite dans toute la région basse du département, vignes et garrigues, et est assez apprécié des gourmets ; se mange surtout dans l'Hérault, où je l'ai vu figurer en abondance sur le marché.

Il en existe de nombreuses variétés par le dispositif des bandes ou pointillés.

Une de ces variétés, dédiée à notre ami Penchinat, fut trouvée par lui au cap Bear ; elle se distingue par sa bouche rose et ses 5 bandes brunes disposées sur un fond blanc rose.

Une grosse variété, *Helix Cossoni* (Le Tourneux, 1877), se trouvait dans la collection Penchinat comme de provenance espagnole (Barcelone).

Test solide. (Pl. 2, fig. 39, 40, 41.)

20° **Helix Companyoii** (Aléron, 1845).
— (Companyo, 1863).
Helix Companyoi (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Déprimée, globuleuse, finement striée.

Bouche transversale, ovale.

Péristome évasé, tranchant, épaissi ultérieurement, élargi et calleux à la partie columellaire, et recouvrant totalement la fente ombilicale.

Cinq tours de spire aplatis, le dernier de beaucoup le plus développé et convexe.

Épiphragme papyracé blanc.

Test presque opaque, brillant en dessous, mat en dessus, avec

fond blanc jaunâtre, tacheté de flammules brunes ou fauve clair en zigzag.

Certains échantillons sont ornés de cinq bandes, dont les deux dernières sont nettes en dessous de la carène, tandis que les autres, situées en dessus, sont interrompues.

Cette hélice, que la légende nous apporte sur la balle d'un contrebandier et qui, en venant à tomber fortuitement dans un ravin de Banyuls, s'y développe pour de là s'étendre aux environs, est, je le crois, encore un mollusque à exclure de notre catalogue.

Penchinat, cet explorateur si passionné, a vainement fouillé toutes les anses françaises et n'a jamais pu se procurer que des échantillons venant des environs de Barcelone, qui est son habitat normal. Ce n'est, du reste, qu'une variété de l'*Helix serpentina* (Ferrussac), habitant l'Espagne centrale, ayant des affinités avec l'*Helix Balearica* (Ziegler).

Globuleuses imperforées. Taille moyenne.

Orbiculaires subdéprimées.

Péristome réfléchi. Test solide. (Pl. 1, fig. 7, 8, 9, 10.)

21° **Helix vermiculata** (Muller, 1774).
— (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Globuleuse subdéprimée, plus large que haute, finement striée et chagrinée. Intérieur violacé, épais, opaque, blanc-gris jaunâtre, avec des bandes fauves ou brunâtres ou vineuses, continues ou interrompues, variant beaucoup comme dispositif.

Parfois, les bandes sont remplacées par une série de traits blancs et gris.

Bouche ovale, irrégulièrement arrondie, partie columellaire à rebord saillant et gibbeux.

Péristome interrompu, blanc sale intérieurement et extérieurement, réfléchi, très épais à l'intérieur.

Columelle torduc, surbaissée, formant un angle obtus avec le restant.

Ombilic complètement recouvert par la columelle.

Cinq tours de spire, dont le dernier le plus développé. Sommet lisse et surbaissé.

Test gris opaque, jaunâtre, à cinq bandes, dont la dernière plonge dans la bouche sur l'avant-dernière spire, et dont la seconde rejoint l'insertion du bord latéral pour reparaître en dedans de la bouche.

Les trois autres bandes sont en dessus de la carène, la dernière plus large, et souvent interrompue par des linéoles plus claires, parfois blanches.

Hauteur : 17 à 19 millimètres, 18 à 30 millimètres. Diamètre : 23 à 28 millimètres, 24 à 35 millimètres.

Habite tout le Roussillon, surtout les vignes, où elle se plaît, et se fixe en hiver pour se repeupler rapidement, malgré la chasse à outrance que lui vaut la délicatesse de sa chair.

Test mince. (Pl. 1, fig. 4, 5, 6.)

22° **Helix apalolena** (Bourguignat, 1867).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

L'*Helix lactea,* type, n'est pas de notre région ; c'est une coquille africaine, dont nous allons néanmoins donner la description afin d'y rattacher la variété roussillonnaise, dénommée *apalolena* par M. Bourguignat, en 1867.

Coquille déprimée, opaque, solide, à sommet obtus, finement striée, blanche exceptionnellement, d'habitude grisâtre, parsemée de points blancs ou entourée de bandes brunes ou noires.

Bouche transversalement ovale, de couleur fauve plus ou moins claire, ou pourpre noir à la gorge et à l'intérieur.

Péristome interrompu, très évasé, réfléchi, épaissi, blanc ou blanc jaunâtre extérieurement et intérieurement.

Ombilic recouvert par l'élargissement du péristome tourdu et étalé.

Hauteur : 30 à 35 millimètres. Diamètre : 30 à 40 millimètres.

Conforme à cette description, la variété *apalolena* ne diffère de la *lactea* que par son test fragile, translucide en dehors, à bandes confuses brunes qui couvrent les tours et par sa forme générale un peu plus déprimée, son péristome un peu moins réfléchi.

Cette variété s'étend du Roussillon à l'Espagne, sur tout le nord de la côte méditerranéenne ; tandis que l'*Helix lactea*, variété *punctata*, habite surtout les parties océaniques ; le centre et le sud étant l'habitat du *lactea* type.

L'*apalolena* est très abondant dans les vignes de la plaine et est fort recherché par les gastronomes, qui lui font une chasse acharnée ; aussi les exemplaires en deviennent-ils souvent rares à la fin de la saison d'été.

Coquilles subdéprimées. — Imperforées. Péristome droit. Bande à la carène. Test translucide. (Pl. 2, fig. 12, 13, 14.)

23° **Helix limbata** (Draparnaud, 1805).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1883).

Coquille globuleuse, parfois légèrement conique et un peu convexe sur ses deux faces ; striée finement.

Bouche ovale, arrondie, bords inclinés l'un vers l'autre à hauteur de la columelle.

Péristome blanc, épais, légèrement évasé et réfléchi, avec un bourrelet blanc et saillant intérieur, couvrant presque l'ombilic peu profond et étroit.

Épiphragme vitreux, fort mince et transparent.

Six à sept tours de spire arrondis ; le dernier, caréné, est plus grand proportionnellement ; suture peu marquée ; sommet lisse, un peu roux.

Test mince, translucide, corne claire, avec bande blanche sur la carène du dernier tour.

Hauteur : 9 à 12 millimètres. Diamètre : 13 à 17 millimètres.

Cette hélice habite toutes les broussailles bordant nos trois rivières et s'étend sur les collines latérales.

Arles-sur-Tech, Sorède, Boulou (Companyo), Caudiés (Massot).

Companyo a assigné à l'*Helix cinctella* (Draparnaud), ne différant que peu de l'*Helix limbata*, un séjour de prédilection à la Preste et Prats-de-Mollo.

Les naturalistes indigènes qui ont exploré ces localités (Massot

et Penchinat) déclarent qu'ils n'ont jamais pu y récolter que l'*Helix limbata* (Draparnaud).

Les échantillons que je possède viennent de l'Isère; nous croyons donc pouvoir, jusqu'à nouvelle constatation, exclure cette hélice des Pyrénées-Orientales.

Péristome évasé. Test blanc, luisant. Labre brun. (Pl. 2, fig. 15, 16, 17.)

21° **Helix Carthusiana** (Muller, 1774).
— **Carthusianella** (Draparnaud, 1805).
Helix Carthusiana (Rossmassler, 1835).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille subdéprimée, aplatie en dessus, légèrement bombée en dessous, finement striée, luisante, opaline.

Bouche demi-ovale, arrondie dans le haut, échancrée dans le bas par le second tour de spire.

Bord columellaire s'insérant plus bas que l'opposé.

Péristome droit, légèrement réfléchi vers la columelle, bordé de fauve avec bourrelet intérieur saillant, blanc, coloration de la lèvre nettement accusée sur les deux faces.

Épiphragme mince, blanc de lait.

Six tours de spire, peu saillants, arrondis, séparés par une suture peu profonde.

Sommet brun et luisant.

Test blanc mat ou fauve, transparent, brillant.

Hauteur : 12 à 13 millimètres, 7 à 9 millimètres. Diamètre : 20 à 22 millimètres, 12 à 18 millimètres.

Très variable en dimensions et c'est à une variété du petit type qu'a été appliquée, à cause de la coloration brun rouge de la lèvre, la dénomination d'*Helix rufilabris* (Jeffreys).

Déjà, Draparnaud, en 1805, avait dénommé cette hélice *Helix Carthusiana*, variété (β). Férussac, en 1831, et Michaud, en 1833, *Helix Olivieri*.

M. Jeffreys, en 1835, lui donne le nom de *rufilabris* que Companyo, en 1863, maintient et que Massot, en 1872, ramène au nom d'*Helix Olivieri*, nom auquel Locard substitue de nouveau la dénomination de *rufilabris* (Jeffreys), 1883.

Pour nous, c'est une variété de l'*Helix Carthusiana* réduite à de petites dimensions et à une exagération de coloration du péristome.

Hauteur : 6 à 8 millimètres, 5 à 7 millimètres. Diamètre : 8 à 10 millimètres, 9 à 10 millimètres.

Vit du reste avec le type dans toutes les plaines du Roussillon, se tient habituellement en hiver sous les pierres et choisit les centaurées et les carduacées comme séjour d'été.

Subdéprimées, ombiliquées.

(α) Péristome droit. Test finement strié. (Pl. 3, fig. 21, 22, 23.)

25° **Helix plebeia** (Draparnaud, 1805).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille subdéprimée, plane en dessous, légèrement bombée en dessus; opaque, assez solide, brun corné, finement striée, à six tours de spire convexes plats, à suture peu marquée, dont le dernier, proportionnellement le plus grand, sans carène accentuée, si ce n'est dans certains échantillons où elle est indiquée par une raie blanchâtre.

Bouche ovale allongée, à péristome concolore, légèrement ou très peu évasé.

Ombilic assez ouvert et profond.

Cette hélice, rare dans le département, n'est indiquée par Massot que comme rarissime sous les pierres de Saint-Paul-de-Fenouillet.

Test strié fortement. (Pl. 3, fig. 15, 16, 17.)

26° **Helix striata** (Draparnaud, 1801).
Helix fasciolata (Poret, 1801).
— *caperata* (Pfeiffer, 1848).
— *profuga* (A. Schmidt, 1854).
— *striata* (Companyo, 1863).
— *profuga* (Stabile, 1864).
— *striata* (Massot, 1872).
— *striata* (Locard, 1883).

Subdiscoïde, subdéprimée, un peu convexe en dessus, irrégulièrement, obliquement et assez fortement striée.

Avec cinq tours de spire un peu convexes, à suture peu marquée, avec le dernier tour de beaucoup le plus développé et légèrement caréné.

Sommet peu élevé, lisse et brunâtre.

Bouche ovale arrondie, un peu plus haute que large.

Les deux bords recourbés l'un vers l'autre à leur insertion.

Péristome non réfléchi, droit et tranchant, avec un bourrelet intérieur, saillant à chaque ligne d'accroissement.

Généralement concolore, le péristome peut être rosé.

Épiphragme complet, mince, transparent, irisé, membraneux.

Ombilic ouvert.

Test grisâtre, opaque, diversement fascié de lignes brunes, continues ou interrompues, quelquefois marquées de points plus bruns ou blancs.

Le dernier tour porte parfois cinq bandes étroites dont trois plongent dans la bouche.

Une variété unicolore, en général plus grande que le type, est d'un gris fauve uniforme avec un liseré blanc sur la carène.

Hauteur : 5 à 7 millimètres. Diamètre : 8 à 10 millimètres.

Variété : 6 à 8 millimètres. Diamètre : 9 à 12 millimètres.

Habite les environs de Perpignan, Tautavel, la vallée du Réart, ravins de Calce (Massot, Companyo).

Test strié, côtelé. (Pl. 3, fig. 18, 19, 20.)

27° **Helix conspurcata** (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Déprimée légèrement, convexe en dessus et très convexe en dessous. Striée et côtelée, mince, opaque.

Hispidule, de couleur cornée cendrée, finement tachetée de blanc jaunâtre.

Étroitement ombiliquée.

Bouche oblique, ovale, arrondie, peu échancrée.

Péristome droit interrompu, mince, à bords peu écartés.

Épiphragme vitreux, mince, aplati, en partie transparent.

Hauteur : 3 à 5 millimètres. Diamètre : 6 à 8 millimètres.

Cinq tours de spire aplatis, dont le dernier caréné et orné

d'une bande interrompue de points blancs, comme du reste tout le test.

Parfois bande étroite à la base du dernier tour.

Test hispide, mince, translucide.

Habite dans tous les environs directs de Perpignan, fossés et murs de fortification, cimetière de Saint-Martin. (Pl. 3, fig. 24, 25, 26.)

28° **Helix hispida** (Linné, 1758).
— (Draparnaud, 1805).
— (Stabile, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Subdéprimée, stries peu apparentes.

Bouche semi-lunaire, moins haute que large, les deux bords s'inclinant l'un vers l'autre, le columellaire plus avancé.

Péristome simple, tranchant, bourrelet intérieur blanc.

Épiphragme vitreux et mince.

Spire, six tours convexes, le dernier subcaréné, suture marquée.

Ombilic évasé et profond.

Couleur corne transparente, avec une bande laiteuse sur la carène, recouverte de poils noirâtres ou grisâtres, recourbés, tombant presque toujours à l'état adulte.

Hauteur : 5 à 7 millimètres. Diamètre : 8 à 10 millimètres.

Habite dans les endroits frais, sous les pierres et les feuilles mortes de la région élevée : La Manère, Saint-Martin-du-Canigou, Prats-de-Mollo, Saint-Laurent-de-Cerdans (Massot).

Test hispidule, opaque. (Pl. 3, fig. 27, 28, 29.)

29° **Helix apicina** (Lamarck, 1822).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Subdéprimée, globuleuse, légèrement aplatie en dessus, renflée en dessous.

Finement et irrégulièrement striée, blanchâtre ou grisâtre, ornée de taches cornées qui lui donnent un aspect flammulé.

Couverte de poils rares, courts et caducs.

Ombilic ouvert, laissant voir le second tour, dernier tour relevé en dessous.

Bouche ronde peu échancrée.

Épiphragme mince, blanc, opaque, subcrétacé.

Hauteur : 4 à 5 millimètres. Diamètre : 8 à 10 millimètres.

Habite surtout la vallée de l'Agly (Aléron, Companyo). Environs de Salces et Aude (Massot).

Test lisse, plus ou moins brillant.

Ombilic largement ouvert. (Pl. 2, fig. 18, 19, 20.)

30° **Helix ericetorum** (Muller, 1774).
— (Companyo, 1863).
Helix Ammonis (Stabile, 1864).
Helix ericetorum (Bourguignat, 1864).
— (Massot, 1873).
— (Locard, 1882).

Subdéprimée, parfois presque discoïde, à stries fines et irrégulières.

Six tours de spire, aplatis, à tours enroulés presque sur un même plan, le dernier plus grand.

Suture peu profonde.

Bouche arrondie, ovale, bord latéral plus bas que le columellaire.

Deux bords recourbés l'un vers l'autre à leur insertion.

Péristome interrompu, non réfléchi, peu ou point évasé, blanc ou rougeâtre.

Fort bourrelet intérieur coloré en blanc ou brun.

Épiphragme vitreux, très mince, transparent, membraneux.

Ombilic très ouvert, laissant voir les spires jusqu'au sommet.

Test opaque, blanc ou légèrement fauve, luisant, fascié diversement par six bandes brunes et un peu plus larges au-dessus de la carène, continues ou interrompues, et alors constituées par une série de taches alternativement blanches ou brunes.

Variété fasciée, variété unicolore.

Variété *maxima*, variété *minima* et *intermedia*.

La taille diminue avec l'altitude.

Hauteur : 8 à 12 millimètres, 3 à 7 millimètres. Diamètre : 13 à 25 millimètres, 7 à 13 millimètres.

Habite les trois vallées, remonte assez haut et vit dans les pâturages et herbages. (Pl. 2, fig. 21, 22, 23.)

31° **Helix cespitum** (Draparnaud, 1801).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1873).
— (Locard, 1882).

Un peu moins déprimée que la précédente, cette hélice lui ressemble beaucoup, aussi a-t-elle été souvent confondue avec elle ou établie en variété.

Bouche demi-ovale, plus large que haute, peu échancrée par l'avant-dernier tour.

Péristome interrompu, tranchant, droit, garni à l'intérieur d'un léger bourrelet blanchâtre.

Épiphragme lisse, très mince.

Ombilic ouvert et profond, mais moins que dans l'*ericetorum*.

Six tours de spire plus ou moins convexes.

Suture marquée, sommet luisant.

Couleur du test : gris jaunâtre.

Une à cinq fascies brunes, souvent inégales et interrompues.

Il en existe une variété unicolore blanc jaunâtre.

Hauteur : 9 à 14 millimètres, 12 à 18 millimètres. Diamètre : 15 à 25 millimètres, 20 à 28 millimètres.

Surtout très répandue dans les Albères, jusqu'à Céret (Companyo), dans les jardins et pâturages frais. (Pl. 3, fig. 30, 31, 32.)

32° **Helix neglecta** (Draparnaud, 1805).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille de beaucoup plus petite que les précédentes et plus bombée.

A cinq spires légèrement convexes, très finement striées et séparées par des sutures médiocrement accusées.

Ombilic profond mais moins évasé que les précédents.

Bouche ovale arrondie, échancrée par l'avant-dernier tour, à bord droit et tranchant, à bourrelet intérieur épais et blanc.

Lèvre brunâtre à l'extérieur et à l'intérieur.

Épiphragme vitreux, mince, transparent, miroitant, irisé.

Test blanchâtre ou fauve rougeâtre, assez solide, orné de cinq fascies brunes ou hyalines, entières ou interrompues et souvent inégales en largeur.

Ligne blanche marquée sur la carène du dernier tour.

Hauteur : 7 à 12 millimètres. Diamètre : 10 à 15 millimètres.

Habite toute la vallée du Tech (Companyo), tout le département (Massot).

Déprimées discoïdes. — Discoïdes enroulées en spirale.

33° **Helix Quimperiana** (Férussac, 1838).
— (Drouet, 1855).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille très déprimée en dessus, à spires planes, irrégulièrement striées.

Bouche arrondie, plus large que haute, fortement échancrée par l'avant-dernier tour.

Péristome réfléchi, interrompu, garni d'un bourrelet blanc, légèrement élargi au bord columellaire et renversé sur l'ombilic, qui est largement ouvert et laisse voir tous les tours intérieurs des spires.

Épiphragme très mince et vitreux.

Test mince, très fragile, d'un roux fauve.

Hauteur : 10 à 12 millimètres. Diamètre : 22 à 30 millimètres.

Si nous citons cette coquille c'est par pure conscience, vu que c'est encore un mollusque à éliminer de la faune roussillonnaise, car, malgré les efforts tentés par le colonel Kindelan, cette hélice n'a jamais pu prospérer et a toujours disparu dans l'année. (Pl. 3, fig. 45, 46, 47.)

34° **Helix obvoluta** (Muller, 1774).
Helix angygira (Draparnaud, 1805).
— (Ziegler, 1825).
Helix obvoluta (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Discoïde, un peu concave en dessus, et légèrement convexe en

dessous, enroulée sur un même plan, striée, hérissée, à suture peu marquée.

Ombilic évasé, laissant voir le dessous de toutes les spires.

Bouche irrégulière, de forme triangulaire, par un repli du péristome réfléchi.

Les deux bords sont inclinés l'un vers l'autre à leur insertion.

Six tours pressés et s'agrandissant graduellement.

Test brun foncé, à épiderme recouvert à l'état frais de poils courts et caducs.

Hauteur : 4 à 8 millimètres. Diamètre : 10 à 15 millimètres.

Cette hélice est assez rare et ne vit que dans les hautes régions, dans les roches calcaires et humides.

Trancada-d'Ambulla, Saint-Martin-de-Campas, Villefranche (Companyo); Castel, Vernet, La Preste (Massot).

Spire aplatie, base convexe.

35° **Helix explanata** (Müller, 1774).
Helix albella (Draparnaud, 1805).
Helix explanata (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille complètement déprimée dans le dessus, convexe en dessous.

Bouche irrégulière, bord latéral, droit, angle aigu sur la carène qui limite le plan supérieur. Bord columellaire incurvé, inséré à la même hauteur.

Péristome droit avec bourrelet intérieur blanc.

Épiphragme blanc et mince.

Cinq tours de spire aplatis dans le haut, bombés en dessous, le dernier tour plus large, à carène vive.

Test blanc jaunâtre, à stries régulières apparentes.

Ombilic ouvert, laissant voir les tours intérieurs.

Hauteur : 5 à 7 millimètres. Diamètre : 12 à 16 millimètres.

Habite tout le littoral, où elle est commune; cette hélice est du reste une espèce méditerranéenne qui est répandue sur les côtes d'Italie, d'Espagne et d'Algérie, où elle est représentée par plusieurs variétés à stries très gracieuses.

Lenticulaires. — Péristome droit. (Pl. 3, fig. 39, 40, 41.)

36° **Helix rotundata** (Muller, 1774).
— (Draparnaud, 1805).
— (Moquin-Tandon, 1855).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Très aplatie, surtout sur les bords de la carène qui est aiguë.

Convexe en dessous, striée, fortement parsemée de taches d'un brun plus foncé que le test et formant des fascies interrompues, se dirigeant obliquement d'avant en arrière.

Bouche arrondie, semi-lunaire, déprimée, à péristome simple.

Épiphragme vitreux et fort mince.

Ombilic évasé, laissant voir les spires.

Test d'un brun corné avec taches plus sombres.

Huit tours de spire, un peu aplatis et serrés, à suture médiocre.

Hauteur : 2 millimètres. Diamètre : 5 à 6 millimètres.

Habite toutes les broussailles, le long des rivières et sous les feuilles mortes. (Pl. 3, fig. 36, 37, 38.)

37° **Helix lenticula** (Férussac, 1821).
— (Michaud, 1831).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Un peu plus grande et moins aplatie que l'espèce précédente.

Cette coquille est carénée, fortement striée et très largement ombiliquée, à spires plus larges, séparées par une suture moins accentuée.

Unicolore, corne fauve ou roussâtre.

Bouche ovale déprimée avec angle à la carène et péristome droit.

Épiphragme opaque, blanc.

Hauteur : 3 à 4 millimètres. Diamètre : 7 à 8 millimètres.

Habite le littoral, mais abonde surtout à Collioure (Companyo). Penchinat la signale à Cospéron, et Massot au château de Salces. Aime le pied des vieux murs garnis d'orties.

Péristome réfléchi. (Pl. 3, fig. 42, 43, 44.)

38° **Helix Rangiana** (Deshayes, 1830).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
Helix Rangi (Locard, 1882).

Lenticulaire comme les précédentes, cette hélice s'en distingue par sa taille plus grande, son péristome fortement réfléchi, replié en dent au niveau de la carène et un repli entre la carène et la columelle.

Dessus plus aplati que le dessous.

Test couleur corne fauve, plus claire en dessous, sans fascies ni taches, à stries en saillies plus fines en dessous.

Bouche en croissant, échancrée par deux dents (replis du péristome).

Épiphragme vitreux et fort mince.

Ombilic évasé et profond.

Hauteur : 4 à 5 millimètres. Diamètre : 7 à 10 millimètres.

De Collioure à Consolation est l'habitat de cette hélice.

Rang, auquel Deshayes a dédié cette coquille, en fit la découverte dans les alluvions du ruisseau de Consolation, mais c'est à M. Bélier, de Collioure, que l'on doit la connaissance de son habitat exact.

C'est après les pluies, et vers le soir ou le matin, qu'il faut rechercher ce mollusque, qui se cache pendant le jour dans les murs en pierre sèche des vignes. C'est ce qui explique, nous dit Penchinat, les recherches infructueuses de Boubée, qui chassait en plein jour et pendant la saison chaude.

Massot prétend en avoir découvert un échantillon au Vernet. Penchinat dit en avoir trouvé dans les anses de Collioure à Cerbère, mais c'est à Consolation seulement que l'on est sûr d'en découvrir.

En dehors du Roussillon, les gorges d'Ollioules, près de Toulon, offriraient également une colonie de cette hélice. (Drouet dans Locard.)

Bombée sur les deux faces. Carène aiguë.

Péristome presque continu et droit. (Pl. 2, fig. 30, 31, 32.)

39° **Helix lapicida** (Linné, 1774).
— (Draparnaud, 1801-1805).

39° **Helix lapicida** (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille aplatie, à carène accentuée, formant un rebord tranchant, que séparent les deux faces légèrement bombées de la coquille.

Ombilic assez étroit mais profond.

Ouverture ovale, elliptique, à angle aigu dans son affleurement avec la carène, élargie vers l'ombilic, à côtés en forme ogivale, à péristome blanc réfléchi, continu, mais simplement évasé dans la région ombilicale.

Cinq tours de spire aplatis, dont le dernier, fortement caréné, est isolé de l'avant-dernier, vers l'ouverture, par le péristome continu.

Test irrégulièrement strié en travers et portant des flexuosités transversales plus petites.

Sa coloration est variable, en général elle est fauve clair avec des taches brun roussâtre très accentuées dans la variété *Lecoquii* de Puton, mais elle peut être claire et même blanche (variété *alba*, répandue à La Preste).

Hauteur : 7 à 10 millimètres. Diamètre : 14 à 20 millimètres.

Habite les Albères et toutes les basses montagnes, va jusqu'à La Preste et Olette.

Sa taille est plus développée dans les régions riches en calcaire (Massot).

Spire déprimée, base convexe, périphérie non carénée.

Péristome réfléchi interrompu. (Pl. 2, fig. 33, 34, 35.)

40° **Helix Pyrenaica** (Draparnaud, 1805).
— (Michaud, 1831).
— (Moquin-Tandon, 1855).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Déprimée en dessus, légèrement convexe en dessous.

Très finement striée avec lignes d'accroissement marquées.

Bouche ovale, fortement échancrée par l'avant-dernier tour, à péristome blanc, réfléchi, interrompu, avec insertion columellaire plus basse.

Épiphragme très mince, finement plissé, très miroitant.

Cinq tours de spire aplatis, dont le dernier convexe sans carène marquée ; sutures nettement accusées.

Test mince, transparent, d'une couleur olivâtre.

Hauteur, 8 à 10 millimètres. Diamètre, 16 à 20 millimètres.

Habite toute la partie supérieure de la vallée du Tech et de la Tet (Prats-de-Mollo, La Preste, Villefranche, le Vernet, Castel, les flancs du Canigou [Companyo, Massot]). (Pl. 2, fig. 24, 25, 26.)

41° **Helix cornea** (Draparnaud, 1805).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille aplatie, subconvexe, ombiliquée.

Bouche ovale allongée, avec un pli à peine visible sur la columelle, ce qui lui constitue un péristome réfléchi subcontinu de couleur blanche en dedans et blanc jaunâtre en dehors.

Épiphragme mince et vitreux.

Cinq tours de spires planes en dessus, convexes en dessous, avec suture profonde.

Test finement strié, avec plis d'accroissement accentués.

De consistance moyenne.

Couleur corne plus ou moins foncée, avec une bande noire parcourant la carène et se perdant à l'insertion des tours.

Parfois il existe d'autres fascies en dessous mais ne dépassant jamais le dernier tour.

Hauteur, 7 millimètres. Diamètre, 14 à 15 millimètres.

Habite les trois vallées et se plaît surtout dans les endroits frais et ombragés, le long des ruisseaux, mais ne dépasse guère les altitudes moyennes. (Pl. 2, fig. 27, 28, 29.)

42° **Helix squammatina** (Marcel de Serres).
Helix cornea. Variété *squammatina* (Moquin-Tandon).
— — (Companyo, 1863).
— — (Massot, 1872).
— — (Locard, 1882).

L'*Helix squammatina*, considéré par Dupuy et Moquin-Tandon comme une variété du *cornea*, est devenu pour Marcel de Serres

une espèce nouvelle à stries un peu plus accentuées, formant comme des squames superposées, à test coloré en chocolat foncé, avec péristome lie de vin et à bord columellaire presque droit.

Ce qui caractérise surtout cette variété c'est son habitat dans les hautes montagnes.

Cette hélice se plaît à Saint-Laurent-de-Cerdans, à La Preste, mais ne saurait prospérer dans les Albères et dans la plaine, où Companyo a tenté en vain de la localiser.

J'ai, pour mon compte, examiné bon nombre d'exemplaires venant des altitudes pyrénéennes, et je n'ai jamais pu leur trouver le caractère squameux.

Tout au plus ai-je constaté des stries un peu plus accentuées, mais toujours une coloration plus foncée.

Péristome réfléchi continu.

A côté de ces deux espèces vient naturellement se ranger (Pl. 2, (fig. 36, 37, 38) :

43° **Helix Desmoulinsii** (Farines, 1835).
Helix Moulinsii (Michaud, 1838).
Helix Desmoulinsii (Villar, 1841).
Helix cornea. Variété *Desmoulinsii* (Pfeiffer, 1845).
Helix Desmoulinsii (Companyo, 1863).
— (Bourguignat, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

C'est une coquille transparente, couleur corne clair ou blanc sale, à stries fines, à ouverture ovale orbiculaire, à péristome réfléchi, un peu plus continu encore que dans l'*Helix corneu,* et non gibbeux au rebord columellaire.

A ombilic ouvert et profond, à spires un peu moins aplaties.

Le dernier tour est légèrement caréné.

Hauteur, 7 à 8 millimètres. Diamètre, 14 à 16 millimètres.

Vit dans les hauts sommets des Albères, Notre-Dame-de-Castelle, à Sorède (Penchinat), Consolation, Tour-du-Midi, au-dessus de Paulilles (Massot).

Petites espèces. Péristome réfléchi presque entier; plates, orbiculaires sans carène, à test opaque.

44° **Helix pulchella** (Muller, 1774).
— (Draparnaud, 1805).
— (Moquin-Tandon, 1855).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Déprimée, un peu ovale, aplatie en dessus, légèrement convexe en dessous, opaque, luisante, finement striée.

Quatre tours de spires dont le dernier est un peu plus développé, avec une bouche ronde, à péristome blanc, réfléchi, presque continu par le rapprochement des deux bords sur la columelle.

Ombilic très ouvert.

Épiphragme mince, presque transparent, grisâtre ou brunâtre.

Test blanc ou gris, suivant qu'il est pourvu ou dépouillé de son épiderme.

Hauteur, 1 millimètre. Diamètre, 2 millimètres.

Habite tous les lieux humides des parties montagneuses moyennes et s'étend même sur les collines des Aspres, jusqu'au Mas Anglada, et au château Roussillon.

45° **Helix costata** (Muller, 1774).
Helix pulchella. Variété β (Draparnaud, 1805).
— Variété *costata* (Rossmassler, 1838).
Helix costata (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Ne diffère pas sensiblement de l'*Helix pulchella*, dont elle ne semble en effet qu'une simple variété à côtes régulièrement saillantes, sur un test grisâtre, visibles même après la chute de l'épiderme.

Cette série d'élevures lui donne, quand l'épiderme existe, un aspect un peu plus massif, une forme un peu plus ronde, et un volume plus apparent que réel.

On trouve cette coquille dans les mêmes localités que la précédente et toutes deux sont très abondantes dans les alluvions de nos rivières.

Péristome droit, à forme ronde, légèrement convexe sur les deux faces ; à test corné translucide.

46° **Helix pygmæa** (Draparnaud, 1801).
— (Moquin-Tandon, 1855).
— (Companyo, 1863).
— (Massot, 1872).
— (Locard, 1882).

Coquille très déprimée, mais néanmoins un peu convexe sur ses deux faces, brillante, cornée et finement striée, de couleur corne roussâtre en dessus, plus claire en dessous.

Bouche semi-lunaire, plus large que haute.

Péristome droit et tranchant.

Épiphragme papyracé et vitreux.

Quatre tours de spire légèrement convexes avec sutures nettement accentuées.

Ombilic évasé.

Hauteur, 1/2 millimètre. Diamètre, 1 millimètre.

Cet *Helix,* appelé *minuta* par Studer, en 1789, est répandu dans tout le département, surtout dans les prairies, au bord des cours d'eau, dans la vallée du Tech, mais sa recherche est difficile, vu la petite taille de la coquille (Companyo).

Massot nie l'existence de cette hélice qui serait une variété dénommée *Massoti* par Bourguignat (1863).

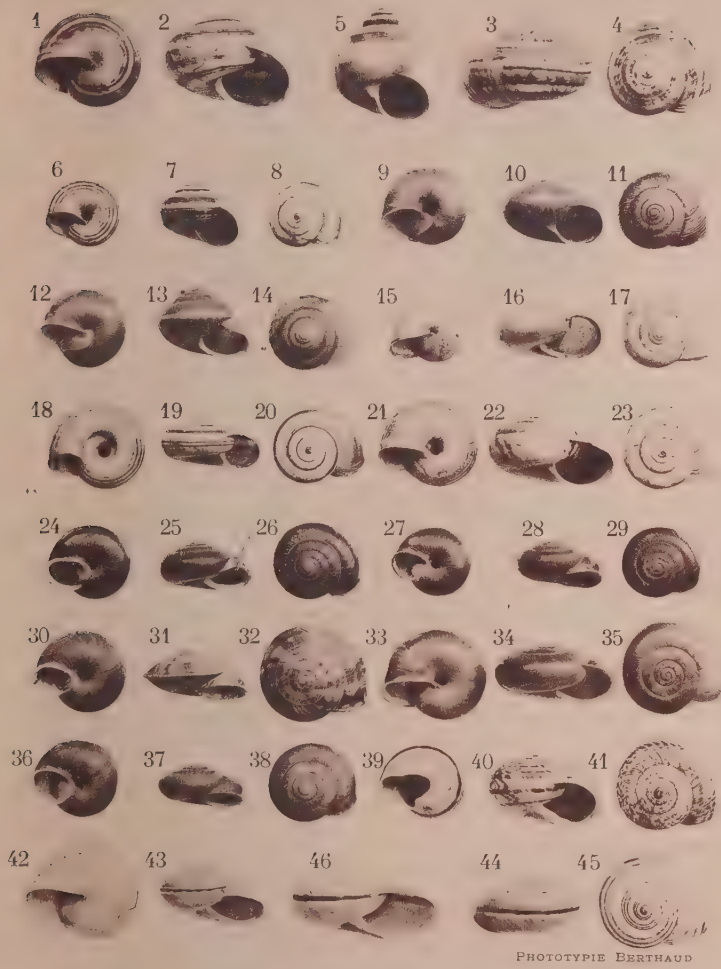
Cependant, au sujet de l'hélice qui porte le nom de l'éminent sénateur, Massot avoue qu'il ne saurait admettre sans grande hésitation la paternité de la coquille de Bourguignat, qui définit ainsi l'*Helix Massoti:* diffère par l'accroissement plus long et plus régulier, par sa coquille 1/3 plus petite et plus aplatie, plus finement striée, par son dernier tour descendant vers l'ouverture et non droit, par son ouverture plus ronde, aussi haute que large, enfin, par sa suture très profonde et ses tours qui, vers la suture, sont comme canaliculés.

Des échantillons d'Amélie-les-Bains examinés et provenant de la collection Massot, offrent en effet les caractères décrits ci-dessus, mais se rapprochent de l'*Helix micropleuros* (Paget).

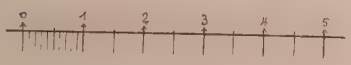
Nous devons donc admettre l'*Helix Massoti* (Bourguignat) comme habitant le Roussillon, mais nous maintenons l'*Helix pygmæa* dont le *Massoti* n'est qu'une variété, de même que l'*Helix micropleuros*.

Phototypie Berthaud

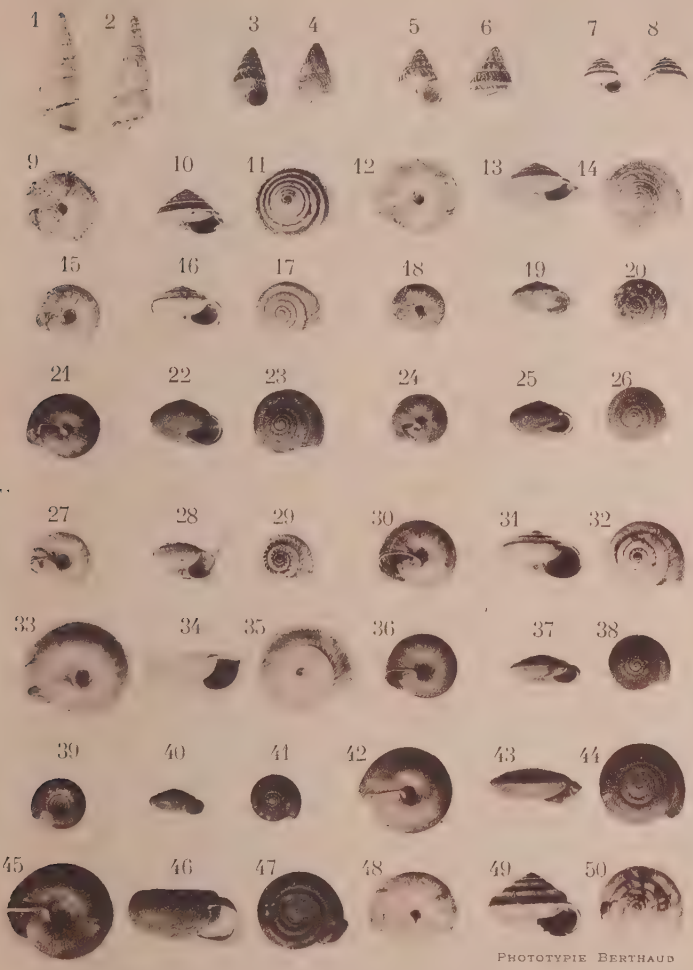
1. Helix aspersa Müller.
2. » » monstr. scalaire.
3. » » » sénestre.
5, 6. » apalolena Bourguignat.
8, 9. » vermiculata Müller.
10. » » monstr. scalaire.
11. Helix melanostoma Draparnaud.
12, 13. » hortensis Müller.
14. » » var. major Moquin.
15, 16. » nemoralis Linné.
17, 18. » arbustorum Linné.
19, 20. » » var. Xatarti Farines



Phototypie Berthaud



1, 2, 3, 4.	Helix pisana Müller.	24, 25, 26.	Helix cornea Draparnaud.
5.	» » monstr. scalaire.	27, 28, 29.	» squammatina M. de Serres
6, 7, 8.	» variabilis Draparnaud.	30, 31, 32.	» lapicida Linné.
9, 10, 11.	» strigella Draparnaud.	33, 34, 35.	» pyrenaica Draparnaud.
12, 13, 14.	» limbata Draparnaud.	36, 37, 38.	» Desmoulinsi Farines.
15, 16, 17.	» carthusiana Müller.	39, 40, 41.	» Companyoi Aleron.
18, 19, 20.	» ericetorum Müller.	42, 43, 44, 45.	» splendida Draparnaud.
21, 22, 23.	» cespitum Draparnaud.	46.	» » var Cossoni [Letourneux].



Phototypie Berthaud

1, 2. Helix acuta Müller.
3, 4. » barbara Linné.
5, 6. » conoidea Draparnaud.
7, 8. » trochoides Poiret.
9, 10, 11. » terrestris Poiret.
12, 13, 14. » » var. trochilus
15 16, 17. » striata Draparnaud.
18, 19, 20. » conspurcata Draparnaud.
21, 22, 23. » plebeia Draparnaud
24, 25, 26. Helix hispida Linné.
27, 28, 29, » apicina Lamarck.
30, 31, 32. » neglecta Draparnaud.
33, 34, 35. » explanata Müller.
36, 37, 38. » lenticula Férussac.
39, 40, 41. » rotundata Müller.
42, 43, 44. » Rangiana Deshayes
45, 46, 47. » obvoluta Müller.
48, 49, 50. » pyramidata Draparnaud.

MARCHE APPARENTE

ET TRAJECTOIRE VRAIE

DES ORAGES SUR L'HORIZON

Par C. MILLOT

CHARGÉ D'UN COURS COMPLÉMENTAIRE DE MÉTÉOROLOGIE A LA FACULTÉ DES SCIENCES

Nous avons rédigé la présente note pour appeler l'attention des observateurs sur des erreurs qu'ils commettent fréquemment dans l'appréciation de la marche réellement suivie par les nuées orageuses. Si nos dévoués correspondants veulent bien lire ces lignes et tenir compte à l'avenir des lois de la perspective que nous allons leur exposer, ils nous faciliteront singulièrement la tâche de dépouiller les bulletins qu'ils dressent avec un zèle dont nous leur sommes reconnaissant.

Dans la plupart de ces bulletins il est fait mention d'orages qui ont *tourné*, ou bien se sont *divisés en deux ;* d'autres fois, la relation entre la trajectoire *vraie* de la nuée orageuse et ses *points d'apparition et de disparition* à l'horizon ne semble pas bien comprise.

Nous allons examiner ces trois points et nous indiquerons les conditions d'aspect et de marche apparente que doivent présenter les orages pour qu'on puisse dire s'ils sont réellement séparés et s'ils ont tourné. On verra que les trajectoires des tourbillons orageux sont, dans l'immense majorité des cas, des courbes de rayon assez grand pour que la partie comprise dans l'horizon d'un lieu doive être considérée comme rectiligne.

Supposons une nuée orageuse apparaissant comme une masse sombre en un certain point de l'horizon. Pendant quelque temps, elle ne semblera guère monter; on la verra surtout s'étaler à droite et à gauche. Ce mouvement d'extension en largeur, beaucoup plus rapide au début que le mouvement d'élévation dans le ciel, est dû à la courbure de la surface terrestre et à la courbure identique que possède la nappe orageuse[1]. A ce moment, les personnes inexpérimentées se bercent encore du vain espoir que l'orage n'éclatera pas de sitôt. Toutefois, pendant qu'elles regardent, avec une inquiétude mieux justifiée, la façon dont la masse noire étend ses deux grands bras pour envelopper bientôt près de la moitié du tour de l'horizon, elles n'ont pas vu que la partie supérieure de la nuée a tout à coup monté beaucoup vers le zénith. Les contours, il est vrai, en sont moins nets et, quand l'orage a envahi le ciel, la portion qui passe au-dessus de l'observateur paraît bien moins sombre que les parties qui reposent sur l'horizon de chaque côté de lui. Quelquefois même, quand la nappe de nuages a peu d'épaisseur, le ciel est simplement grisâtre au zénith, tout en restant fort noir de part et d'autre. Dans ce cas, le spectateur se croit relativement épargné : pour lui, l'orage s'est partagé en deux autres qui ont passé de chaque côté de sa commune et il se sent pénétré d'une louable compassion pour les habitants des localités au-dessus desquelles semblent rouler les sombres nuées.

Heureusement, les gens de l'horizon ne s'en portent pas plus mal et, le même phénomène se produisant probablement pour eux, ils ressentent, nous voulons l'espérer, pour notre observateur, la compassion que celui-ci a eue pour eux.

L'illusion de chacun est facile à expliquer. Si nous donnons à la nappe orageuse, étalée au-dessus de l'observateur, la même

1. Sur la rondeur terrestre, un observateur occupe le sommet d'un dôme très aplati, qu'il voit conséquemment par sa surface convexe, mais il voit par-dessous la surface concave, de même courbure, formée par la base des nuages qui cheminent dans le ciel. Une couche nuageuse apparaissant à l'horizon marche pendant quelque temps dans une direction qui est celle du rayon visuel ou lui est très voisine et, comme tous les objets dans ce cas, elle ne paraît guère s'élever, puisqu'on la voit longtemps suivant son épaisseur. Il n'en est pas de même de ses dimensions latérales qui augmentent rapidement. C. M.

épaisseur en tous ses points, un rayon visuel dirigé verticalement coupe la nuée perpendiculairement à ses deux faces, c'est-à-dire suivant sa plus faible épaisseur ; mais, à mesure qu'on dirige les regards vers des points de plus en plus éloignés du zénith, les rayons visuels font avec les surfaces de la nuée des angles de plus en plus petits, ils la traversent sous une épaisseur de plus en plus grande, les nuages doivent donc paraître de plus en plus sombres. Enfin, si on donne à la couche nuageuse la forme surbaissée qu'elle a réellement, grâce à sa courbure concentrique à celle de la surface terrestre, on voit que c'est à l'horizon que le rayon visuel traversera la plus grande épaisseur de nuée : c'est donc là que celle-ci doit être le plus foncée.

Une nouvelle illusion intervient alors : elle est relative à la marche de ce qu'on croit être deux orages séparés.

Le phénomène qui fait paraître les nuages plus sombres à l'horizon, ayant pris naissance d'abord au point d'apparition de l'orage, puis s'étant propagé peu à peu de part et d'autre de l'observateur, celui-ci, parfaitement conscient de la forme circulaire de l'espace terrestre embrassé par son regard, est convaincu que les orages latéraux ont *tourné* autour de cet espace, sans pénétrer en dedans de la circonférence qui le limite. L'éclaircie consécutive à l'orage, suivant la même marche, viendra renforcer l'illusion.

Enfin celle-ci sera complète, grâce à un dernier effet de perspective que voici :

Tout le monde a vu se rejoindre à l'horizon les deux rangées d'arbres d'une route tracée en ligne droite. Le même effet se produit dans le ciel pour les nuages dont la marche est parallèle; seulement les lignes droites sont remplacées sur la voûte céleste par des arcs de grands cercles convergeant à l'horizon et disposés comme les sillons qui séparent les côtes d'un melon, ou encore comme les méridiens d'une sphère dont l'axe des pôles serait couché horizontalement. Autrement dit, ces demi-cercles auront leur plus grand écartement au zénith et deux points de convergence situés aux extrémités opposées de leur diamètre commun. Or, un orage n'est presque jamais formé d'une masse nuageuse unique et uniforme. On distingue le plus souvent des nuées sépa-

rées se détachant par une teinte plus claire ou plus foncée sur le sombre rideau du météore. En nous reportant à la comparaison des côtes de melon, nous verrons que ces nuages seront rares au zénith, à cause de leur plus grand écartement, mais les lois de la perspective les feront paraître de plus en plus rapprochés et, par conséquent, plus nombreux à mesure qu'on dirigera les yeux vers un point de plus en plus voisin de l'horizon; absolument comme le sont les *cumulus* d'été pendant le beau temps. Enfin, si l'on fait face au point d'où monte l'orage, on voit les nuages diverger en montant dans le ciel. Peu d'entre eux marcheront vers le zénith; le plus grand nombre, au contraire, cheminera sur des arcs très inclinés et, en se projetant les uns sur les autres, ils rendront encore plus sombre et plus menaçante la partie du météore située à l'horizon. Cet effet, s'ajoutant à celui décrit précédemment, explique la conviction de l'observateur, qui certifie avoir vu l'orage *se séparer en deux autres* et chacun de ceux-ci *tourner* de part et d'autre autour de lui.

La contre-partie des phénomènes que nous venons de décrire servira de preuve à ce que nous avançons. Une fois que le gros de l'orage, ayant franchi le zénith, redescend derrière l'observateur, celui-ci en se retournant voit apparaître successivement, et dans un ordre inverse, les spectacles qui l'ont frappé jusqu'ici. Les deux orages, que l'on croit séparés, semblent toujours à l'horizon, mais, ayant franchi l'endroit de leur plus grand écartement apparent, ils se rapprochent de nouveau en marchant vers le point de convergence des arcs de grands cercles. Il en est de même des nuages que nous avons distingués dans l'ensemble du météore : ils se rapprochent les uns des autres à mesure qu'ils descendent. Enfin, si la nuit n'est pas venue trop tôt, on peut voir les deux fameux orages se rejoindre en un seul avant de disparaître, à l'extrémité de l'horizon opposée à celle de leur apparition et de leur divergence. Une aussi touchante réconciliation montre bien que la séparation n'était pas sérieuse.

Ainsi c'est souvent à tort que l'on croit avoir vu un orage se partager en deux. Pour avoir la certitude de ne pas être le jouet d'une illusion due à la perspective, il faut constater que l'on est soi-même en dehors de tout orage. Dans ce cas, les amas de

nuages sombres que l'on voit défiler à droite et à gauche sont indépendants l'un de l'autre et vus en projection verticale, de profil, si on peut dire ainsi. On distingue alors leur contour supérieur nettement dessiné, formé par les sommets de gros *cumulo-nimbus* massés ensemble; un noir rideau de pluie les unit à la terre et, au-dessus d'eux, s'étalent en divergeant de blancs *cirrus*. Ceux-ci, débordant le nuage orageux, peuvent s'unir à ceux du météore semblable situé de l'autre côté : si cette jonction a lieu, le ciel est blanchâtre au zénith; dans le cas contraire, il est bleu, au moins par places.

Un orage parfaitement isolé et limité, passant au loin, semblera aussi, le plus souvent, tourner autour d'une partie de l'horizon. On explique ce fait de la même façon que précédemment, en appliquant à la portion du ciel occupée par le météore les considérations que nous venons de développer pour toute l'étendue de la voûte céleste. Si le sommet de la nuée orageuse a des contours bien définis qui permettent de la distinguer des nuages voisins, il sera facile de s'assurer si elle tourne ou si elle voyage suivant une ligne droite passant en partie sur l'horizon visible, absolument comme une corde qui coupe un cercle loin du centre. Le moyen consiste tout simplement à regarder si la hauteur de la nuée va en augmentant dans la première moitié de son trajet, pour diminuer ensuite : dans ce cas, la trajectoire du météore est bien une ligne droite pénétrant dans une partie de l'horizon visible et l'instant de la plus grande hauteur correspond à la plus grande proximité de l'orage. Si, au contraire, le sommet de la nuée reste, durant tout son parcours, à la même hauteur et *si ce parcours est assez étendu*, alors seulement on pourra dire que l'orage a probablement tourné.

Cette considération nous amène à parler des points d'apparition et de disparition d'un orage, relativement à sa trajectoire vraie.

Toutes les personnes qui n'ont pas eu à s'occuper de cette question s'étonnent, de prime abord, qu'un orage venu du sud-ouest, par exemple, puisse disparaître en un point de l'horizon autre que le nord-est, qui est dans le prolongement de la ligne menée par le point d'apparition du météore et l'observateur. Un peu de réflexion ne tarde pas à leur montrer que la trajectoire

n'est ainsi diamétrale que quand l'orage passe directement sur le lieu considéré, c'est-à-dire sur le centre du cercle d'horizon.

Non seulement les points d'émergence et de disparition d'une nuée orageuse peuvent être dans une situation quelconque l'un par rapport à l'autre, mais l'observation attentive de ces deux points fournit la meilleure donnée sur la vraie route suivie par le tourbillon voyageur. Nous espérons le démontrer en nous passant de figure, comme nous l'avons fait jusqu'ici.

Imaginez simplement que vous ayez sous les yeux une circonférence représentant la limite de votre horizon, en vous supposant au centre. Rappelez-vous les points principaux de la rose des vents et supposez-les marqués sur cette circonférence.

Si un orage surgit au sud-ouest, chemine le long de la partie occidentale de l'horizon et disparaît au nord-ouest, quel chemin a-t-il suivi? — Menez une ligne droite joignant le point sud-ouest au point nord-ouest de votre circonférence : c'est la trajectoire du tourbillon. Cette ligne est parallèle au diamètre sud-nord, par conséquent le météore qui a passé à votre gauche (en vous supposant face au nord), c'est-à-dire dans l'ouest, marchait du sud au nord.

L'orage venu du sud-ouest passe-t-il derrière vous, puis à votre droite, pendant que vous regardez le nord, pour disparaître à l'est? — Joignez par une ligne droite les points sud-ouest et est de votre circonférence, vous avez ainsi la trajectoire de la tempête : cette ligne est parallèle au diamètre ouest-sud-ouest, est-nord-est ; l'orage a donc passé dans le sud-sud-est de vous, cheminant de l'ouest-sud-ouest à l'est-nord-est.

Ainsi, la règle générale est la suivante : *La direction suivie par un orage est donnée par le diamètre de la rose des vents parallèle à la ligne qui joint les points d'apparition et de disparition du météore ; cette ligne en est la trajectoire vraie.*

Nous avons là un moyen infaillible de savoir si un orage a *tourné*.

Supposons qu'un de ces tourbillons, venu du sud-ouest, aille disparaître au nord-est sans passer sur vous : il aura sûrement tourné et le côté de l'horizon où il se sera maintenu indiquera dans quel sens.

Il en sera de même, à plus forte raison, si un orage, venu du sud-ouest, décrit plus d'une demi-circonférence du côté oriental pour aller disparaître au nord ou au nord-ouest.

Enfin, dans le cas, examiné plus haut, d'un orage apparaissant au sud-ouest pour aller disparaître à l'est, il ne peut y avoir de doute malgré la longueur de l'arc de l'horizon compris entre ces deux points. En effet, la ligne droite menée de l'un à l'autre passe si près de l'observateur placé au centre de la circonférence, qu'il ne pourra manquer de recevoir une partie de la bourrasque si celle-ci chemine en ligne droite, de l'ouest-sud-ouest à l'est-nord-est. Si l'observateur est épargné, le météore a tourné.

Malheureusement, il n'est pas toujours possible d'observer les points d'émergence et de disparition : le premier peut ne pas être reconnu dans un ciel chargé de nuages variés, accumulés par des bourrasques antérieures, et la pluie, qui dure quelquefois longtemps après un orage, peut empêcher de voir le second.

Il reste, en ce cas, une dernière ressource, celle de conclure, de la direction du vent, le sens de progression de l'orage : en général, *le centre d'un tourbillon marche parallèlement au vent qui souffle le plus fort.*

Cette règle résulte de la combinaison bien connue du mouvement de rotation d'une bourrasque avec son mouvement de translation. Dans notre pays, où le vent tourne autour du centre orageux en sens inverse des aiguilles d'une montre et où les tempêtes voyagent presque toujours de la partie occidentale à la partie orientale de l'horizon, c'est sur la droite de la trajectoire et par le travers du centre que le vent sera le plus violent, car, dans cette partie du tourbillon, la vitesse de rotation s'ajoute intégralement à celle de translation. Par suite, dans un orage cheminant du sud-ouest au nord-est, le vent le plus fort sera celui du sud-ouest ; ce serait le vent d'ouest pour un orage marchant de l'ouest à l'est ; dans les cas excessivement rares d'orages se dirigeant du nord-est au sud-ouest, c'est le vent du nord-est, toujours à droite de la trajectoire, qui aura la plus grande force.

Nous avons pensé, en invoquant les considérations qui précèdent et en énonçant les règles ci-dessus, venir en aide aux observateurs consciencieux.

CONTRIBUTION

A LA CONNAISSANCE

DES ANOMALIES MUSCULAIRES

Par le Dr A. PRENANT

CHEF DES TRAVAUX HISTOLOGIQUES

ET CHARGÉ DES FONCTIONS DE CHEF DES TRAVAUX ANATOMIQUES

A LA FACULTÉ DE MÉDECINE DE NANCY

Le présent mémoire contient la relation d'un certain nombre d'anomalies musculaires dont quelques-unes sont particulièrement intéressantes. Ces anomalies ont été recueillies pour le plus grand nombre par mon ami M. le Dr Nicolas, agrégé et chargé du cours d'anatomie, du temps qu'il exerçait les fonctions de chef des travaux anatomiques; quelques-unes l'ont été par M. le Dr Frœlich, chef de clinique et ex-aide d'anatomie; les autres me sont personnelles et ont été observées pendant ma suppléance (année 1889-1890) aux fonctions de chef des travaux.

Je remercie MM. Nicolas et Frœlich de m'avoir fourni des matériaux qu'il eût été dommage, quelque incomplets qu'ils soient certainement, de laisser absolument de côté. Toutes les observations d'anomalies rapportées ici présentent une défectuosité grave; elles manquent en effet des documents qui pourraient leur donner la valeur d'une statistique comparable à celle qu'ont fournie récemment Schwalbe et Pfitzner [1], de Strasbourg, pour certaines anomalies déterminées.

1. Schwalbe et Pfitzner, *Varietäten-Statistik und Anthropologie.* (*Anat. Anzeiger,* 1889.)

Quant à l'interprétation des anomalies que je relate ici, le lecteur est prié de s'en remettre à celle que donne M. Testut dans son bel ouvrage d'ensemble sur les anomalies musculaires chez l'homme[1], et que je me bornerai à rapporter purement et simplement dans ce mémoire, pour chaque anomalie signalée, n'ayant pas la compétence nécessaire pour accompagner cette interprétation de commentaires. C'est dire que ces interprétations auront pour caractère général d'être faites dans le sens d'anomalies réversives, de reproductions, chez l'homme, de types existant chez les autres animaux vertébrés, de théromorphies en un mot.

Je renvoie également le lecteur à l'ouvrage de Testut pour la bibliographie antérieure à 1884. Pour celle qui est postérieure à cette époque, j'indique brièvement les cas parvenus à ma connaissance de variétés musculaires semblables ou analogues à ceux qui sont décrits ici, sans prétendre aucunement à fournir pour chacun de ces cas un *addendum* complet à la bibliographie donnée par Testut[2].

Membre supérieur.

ÉPAULE ET BRAS.

1° (N). *Insertion de la longue portion du biceps sur l'extrémité supérieure de l'humérus.*

L'insertion se faisait sur le fond même de la coulisse bicipitale, laquelle était d'ailleurs aussi marquée que d'habitude, et, en outre, sur la partie adjacente de la grosse tubérosité de l'humérus.

Testut (*loc. cit.*, p. 382) a vu, dans un cas, la longue portion du biceps s'arrêter sur la lèvre externe de la coulisse bicipitale, et il cite Davies-Colley, Taylor et Dalton, Welcker, Gruber,

1. Testut, *les Anomalies musculaires chez l'homme expliquées par l'anatomie comparée*. Paris, 1884.

2. Le numéro dont chaque cas est désigné dans la description qui suit est accompagné d'une des lettres N, F, P, selon que l'observation émane de M. Nicolas, de M. Frœlich ou m'est personnelle.

comme ayant observé le même fait. D'autre part, Macalister l'a vue se fixer sur la grosse tubérosité de l'humérus.

L'arrêt de la portion glénoïdienne du biceps sur l'extrémité supérieure de l'humérus est normal chez quelques Cheiroptères (Meckel). Chez le plus grand nombre des Oiseaux, la longue portion du biceps prend aussi une insertion humérale.

2° et 3° (N). *Biceps à trois chefs.*

4° et 5° (F). *Biceps à trois chefs* (anomalie bilatérale). *Chef huméral du biceps, muscle brachio-radial* (Testut).

Du côté droit le chef supplémentaire s'insère au tiers moyen du bord externe de l'humérus. Du côté gauche, la plupart des fibres se jettent sur l'expansion aponévrotique du biceps. Il n'existait pas d'irrégularité dans le trajet du nerf musculo-cutané.

6° (F). *Biceps à trois chefs. Chef huméral du biceps, muscle brachio-radial* (Testut).

De la réunion du tiers supérieur avec les deux tiers inférieurs de l'humérus, et de la face interne de cet os part un faisceau musculaire de 2 centimètres de large, de 10 centimètres de long, qui se jette dans le ventre du biceps ; ce faisceau, à son origine, était confondu avec l'insertion humérale du coraco-brachial.

Les anomalies 4, 5, 6 sont relativement fréquentes. « Indépendamment des portions coracoïdienne et glénoïdienne, il n'est pas rare, dit Testut, de rencontrer au-dessous d'elles une troisième portion, presque toujours considérable, prenant naissance sur la partie moyenne de l'humérus et rejoignant le biceps, soit au niveau de son tendon (*disposition plus fréquente*), soit au niveau de son corps charnu (*disposition plus rare*). Dans deux cas, j'ai vu la plus grande partie de ces fibres se terminer sur l'expansion aponévrotique. » (Testut, *loc. cit.*, p. 375.)

Le chef huméral du biceps existe à l'état normal chez certains animaux, le Rhinocéros, quelques Cheiroptères, l'Orang-outang, le Phoque.

Debierre[1] a fait connaître plusieurs cas de biceps tricipital, en insistant sur ce fait que cette anomalie est indépendante du trajet du nerf musculo-cutané, et que le chef huméral du biceps n'est

1. Debierre, *Sur le biceps brachial à trois chefs.* (*Soc. biologie*, t. V, n° 19.)

pas un faisceau du brachial antérieur séparé du corps du muscle par le passage dans l'épaisseur de ce dernier du nerf de Cassérius.

Bianchi [1] a signalé un nouveau cas de biceps à trois chefs.

7° (N). *Biceps à trois chefs, le chef surnuméraire à insertion capsulaire.*

Le chef surnuméraire était mince, arrondi, long de 15 centimètres, et allait s'insérer sur la capsule articulaire à côté de l'endroit où le long chef du biceps devient intracapsulaire.

D'après Testut, « l'insertion de la longue portion du biceps sur la capsule articulaire de l'épaule a été observée par plusieurs anatomistes, notamment par Macalister et par Theile ». Lui-même « a rencontré, sur trois sujets, l'existence d'un faisceau surnuméraire toujours très grêle, détaché de la capsule, mais coexistant avec la portion glénoïdienne ». (Testut, *loc. cit.*, p. 383.)

Testut « considère la formation anormale précédente comme une portion glénoïdienne interrompue qui s'est arrêtée, dans son développement, à quelques centimètres au-dessus de la cavité glénoïde, sur le manchon fibreux de l'épaule et y a pris insertion ». (Testut, *loc. cit.*, p. 383.)

8° (N). *Faisceau brachio-bicipital. Insertion partielle du brachial antérieur sur le tendon du biceps et sur son expansion aponévrotique.*

L'anomalie dont il s'agit ici est intermédiaire entre celles réunies dans les n°s 4, 5 et 6, et celle qui va suivre. Du brachial antérieur se détachait un faisceau musculaire assez mince, qui par ses fibres inférieures les plus externes se réunissait au biceps au niveau du tendon de ce muscle, tandis que les fibres les plus internes se jetaient sur l'expansion aponévrotique.

Comme l'observe Testut (*loc. cit.*, p. 403), ce n'est là qu'une variante de la disposition où le brachial antérieur s'insère sur le radius ; le faisceau radial du brachial antérieur emprunte pour son insertion le tendon du biceps. De plus, dans notre pièce, le faisceau aberrant était partiellement, par celles de ses fibres qui s'attachaient sur l'expansion aponévrotique, un brachial aponévrotique.

1. Bianchi, *Varietà muscolari.* (*Lo Sperimentale,* août 1886.)

9° (N). *Brachial aponévrotique* (bras gauche du sujet n° 3) [fig. 4, *m*].

Ce sont, en somme, les fibres les plus internes et en même temps les plus élevées du brachial antérieur, celles qui s'attachent à l'humérus immédiatement en dehors du lieu d'insertion du coraco-brachial, qui, au lieu de partager le sort des autres fibres du muscle, vont se jeter en totalité sur l'expansion aponévrotique du biceps et par son intermédiaire sur l'aponévrose antibrachiale.

On connaît (Testut, *loc. cit.*, p. 403) un certain nombre d'observations de ce muscle surnuméraire que Wood a caractérisé du nom de brachial aponévrotique. Gruber en particulier (cité d'après Testut) a vu « soit des faisceaux détachés du brachial antérieur, soit de véritables muscles surnuméraires, se jeter sur l'aponévrose antibrachiale, ou bien directement, ou bien en empruntant l'expansion aponévrotique du biceps ».

Chudzinski[1] a signalé chez un nègre un petit faisceau musculaire qui se détache de la face antérieure et du côté interne du brachial antérieur, et qui se termine par des fibres tendineuses qui forment une expansion tendineuse tout à fait analogue à celle du biceps brachial, et allant se jeter sur la partie supéro-interne de l'aponévrose antibrachiale.

10° (N). *Long coraco-brachial* (fig. 2, *co'*).

Le coraco-brachial présente deux faisceaux, dont l'un antérieur descend en s'amincissant plus bas que le faisceau postérieur; entre les deux chefs passe le nerf musculo-cutané.

Le muscle surnuméraire dont il s'agit ici, nommé long coraco-brachial par Wood et par Testut, répond à la description que Testut (*loc. cit.*, p. 408) a donnée, à la suite de plusieurs auteurs (Theile, Gruber, Wood, etc.). Bianchi (*loc. cit.*) a signalé depuis un cas de muscle coraco-brachial dédoublé. Romiti[2] a décrit un fait semblable à celui que nous rapportons ici.

Le long coraco-brachial existe chez les animaux, chez le Chat,

1. Chudzinski, *Quelques notes sur l'anatomie de deux nègres.* (*Rev. d'anthropologie,* 1884.)

2. Romiti, *Duplicità del muscolo coraco-brachiale.* (*Boll. della Soc. trà i cult. delle sc. med. in Siena,* 1885.)

chez l'Ours d'Amérique, indépendamment du coraco-brachial ordinaire ou plutôt d'un coraco-brachial plus court que d'ordinaire. D'autre part, chez certains Mammifères, le muscle coraco-brachial descend beaucoup plus bas que chez l'Homme. Nul doute donc qu'ici encore il ne s'agisse de la reproduction d'un type existant ailleurs, compliquée du dédoublement du muscle.

11° (N). *Long coraco-brachial.*

Le coraco-brachial surnuméraire se termine inférieurement par une extrémité bifurquée. La branche de bifurcation externe s'insère sur l'humérus ; l'interne se termine par une lame tendineuse qui s'épanouit en éventail jusque sur l'aponévrose de la face postérieure du bras. Entre les deux faisceaux passent les vaisseaux huméraux, les nerfs médian et cubital.

Je n'ai pas trouvé cette variété mentionnée. Il est possible qu'il s'agisse ici, pour ce qui concerne le chef interne à insertion aponévrotique, d'une forme dérivée de ce long coraco-brachial qu'on a vu se fixer à l'apophyse sus-épitrochléenne. Plusieurs auteurs cités par Testut (Otto, Knows, Gruber, Struthers, Wood) et Testut lui-même ont signalé l'insertion du long coraco-brachial sur cette apophyse, et de là, dans le cas de Testut, à l'épitrochlée par l'intermédiaire d'une bande fibreuse tendue entre l'apophyse sus-épitrochléenne et l'épitrochlée.

12° (N). *Insertion anormale du coraco-brachial et du brachial antérieur.*

Le coraco-brachial s'insère sur une longue arcade fibreuse attachée à l'humérus par ses deux extrémités, assez longue pour laisser passer au-dessous d'elle les tendons du grand dorsal et du grand rond. D'autre part, le brachial antérieur prolonge ses insertions humérales le long et en dedans de la coulisse bicipitale par une languette charnue, mince et triangulaire.

Cette dernière disposition n'est (Testut, *loc. cit.*, p. 398) que le vestige de ce qui existe chez la plupart des Mammifères, où le brachial antérieur, au lieu d'occuper par ses insertions la moitié inférieure seulement du corps de l'humérus, en couvre toute la hauteur.

13° (N). *Muscle surnuméraire inséré sur la capsule articulaire*

et sur le tendon du grand dorsal. Élévateur du tendon du grand dorsal (même bras que pour le n° 10) [fig. 2, *m*, *m*, *m*].

Ce muscle part de la voûte de la capsule articulaire de l'épaule, passe entre les deux branches d'origine du nerf radial, et, croisant la face profonde de l'un des faisceaux du coraco-brachial (*voir n°* 10), vient s'insérer sur le tendon du grand dorsal.

Ce muscle, qui, d'après Testut, n'a été observé que par Gruber et par Wood (Testut, *loc. cit.*, p. 363), est regardé par Testut comme l'un des représentants possibles de l'obturateur interne thoracique. De même que dans la ceinture pelvienne, l'obturateur interne prend naissance à la fois sur les trois pièces primitives de l'os de la hanche, sur l'ilion, sur le pubis et sur l'ischion, de telle sorte qu'on peut le décomposer en trois parties: iliaque, pubienne et ischiatique, de même son homologue à la ceinture thoracique doit être représenté par trois faisceaux provenant des trois pièces de cette ceinture: le scapulum, le précoracoïde et le coracoïde. De fait, ces trois faisceaux musculaires apparaissent chez certains Vertébrés (Sabatier). L'élévateur du tendon du grand dorsal est pour Testut une forme incomplète du faisceau précoracoïdien ou court coraco-brachial de l'obturateur interne thoracique (Testut, *loc. cit.*, p. 363 et suiv.).

14° (P). *Fusion du grand pectoral et du deltoïde.*

Les fibres les plus internes du deltoïde se jettent sur la partie du tendon du grand pectoral sur laquelle se termine le faisceau claviculaire de ce muscle.

15° (P). *Fusion du grand pectoral et du deltoïde.*

Sur le tendon du grand pectoral s'insère une partie des fibres du deltoïde soudée au faisceau claviculaire du grand pectoral.

Les anomalies n^{os} 11 et 12 sont assez fréquentes chez l'Homme où l'on sait que l'espace delto-pectoral est souvent très réduit (Testut, *loc. cit.*, p. 9). La fusion du deltoïde avec le grand pectoral est la règle chez nombre d'animaux. Ledouble [1] a accordé à cette anomalie et en général à celles qui frappent le muscle grand pectoral une attention toute spéciale.

1. Ledouble, *Des Anomalies du grand pectoral chez l'homme et leur signification au point de vue de l'anthropologie zoologique.* (*Revue d'anthropologie*, n° 1, 1885.)

16° (F). *Petit pectoral inséré sur le tendon du coraco-brachial.*

Cette insertion se faisait à 4 centimètres du bec de l'apophyse coracoïde.

Macalister, Sœmmering, Winslow, o it, d'après Testut (*loc. cit.*, p. 39), observé une pareille disposition. Ledouble a constaté également des dispositions analogues[1].

Les insertions coracoïdiennes du petit pectoral existent normalement chez nombre d'animaux.

17° (P). *Fusion du tendon du grand dorsal et de celui du grand rond* (même sujet, même membre que pour le n° 11).

« J'ai vu une fois, dit Testut (*loc. cit.*, p. 109) les tendons de ces deux muscles se fusionner au niveau de la coulisse bicipitale ; cette disposition n'est pas très rare. »

Chez les Reptiles et chez certains Mammifères, les deux muscles se confondent en une insertion humérale commune (Sabatier, Young).

18° (P). *Faisceau scapulaire du grand dorsal.*

Ce faisceau, inséré près du grand rond sur l'angle inférieur de l'omoplate, allait rejoindre directement le grand dorsal.

Chacun sait que c'est là une anomalie fréquente, qui est un premier degré de l'anomalie consistant dans la fusion du grand rond et du grand dorsal (Testut, *loc. cit.*, p. 109).

19° (P). *Faisceau coracoïdien du grand dorsal* (même sujet, autre membre que pour le n° 15).

« Il n'est pas rare de voir la portion costale du muscle grand dorsal envoyer un prolongement à l'apophyse coracoïde... Ce sont là des variétés du costo-coracoïdien de Wood. » (Testut, *loc. cit.*, p. 116.)

Le faisceau coracoïdien du grand dorsal est considéré par Testut (*loc. cit.*, p. 22) comme l'une des formes incomplètes possibles d'un vaste muscle appelé tantôt costo-huméral, tantôt brachio-abdominal, etc., qui est représenté chez un grand nombre de Vertébrés.

20° (N). *Faisceau d'union du grand dorsal et du grand pectoral. Arc axillaire* (*Achselbogen*).

1. Legouest. *Contributions à l'histoire des anomalies musculaires : petit pectoral et muscles préclaviculaires.* (*Revue d'anthropologie*, 1885.)

Ce faisceau, long de 7 centimètres, se détachait du grand dorsal à 3 centimètres du bord interne du paquet vasculo-nerveux, recouvrant celui-ci comme un pont ainsi que les muscles biceps et coraco-brachial, et venait se jeter sur le milieu de la face profonde du tendon du grand pectoral.

L'arc axillaire est une anomalie que chacun connaît pour fréquente. L'anastomose des muscles dorsal et pectoral est normale chez beaucoup de Mammifères (Testut, *loc. cit.*, p. 110).

L'arc axillaire a été étudié par Ransom[1] et Wilson[2].

Tandis qu'on considère d'habitude l'arc axillaire comme produit par une séparation incomplète de la masse primitivement commune à laquelle appartiennent le grand dorsal et le grand pectoral, Wilson fait plutôt de l'arc axillaire, de par son innervation, le représentant de la partie humérale du *panniculus carnosus*. Birmingham[3], par l'étude des nerfs cutanés du thorax est arrivé à la même conclusion relativement à la signification de l'arc axillaire.

21° (N). *Anastomose du sous-épineux et du petit rond avec le deltoïde.*

Le faisceau anastomotique s'insérait sur l'aponévrose du muscle sous-épineux et sur la cloison qui sépare ce muscle du petit rond, et allait se réunir aux fibres les plus internes du deltoïde dont il partageait ensuite la direction.

Testut (*loc. cit.*, p. 350) rapporte que Meckel, Theile, Knott, ont observé des anastomoses du deltoïde et du sous-épineux.

Elles ne sont que la trace de la fusion complète de ces deux muscles, réalisée chez le Chameau et chez quelques Oiseaux, notamment le Perroquet.

Chudzinski a signalé chez un nègre l'existence d'un faisceau supplémentaire du deltoïde, qui naît de l'aponévrose du muscle sous-épineux et du bord externe ou axillaire de l'omoplate (*loc. cit.*).

1. Ransom, *Notes of some variations of the shoulder-muscles.* (*Journ. of anat. and phys.*, vol. XIX, p. IV.)

2. Wilson, *Observations on the innervation of axillary muscular arches (Achselbogen) in man, etc.* (*Journ. of anat. and phys.*, vol. XXII, p. II.)

3. Birmingham, *The homology and innervation of the Achselbogen and pectoralis quartus, etc.* (*Journ. of anat. and phys.*, vol. XXIII, 1889.)

AVANT-BRAS ET MAIN.

22° (N). *Faisceau accessoire du long supinateur* (fig. 5, *ls'*).

Du long supinateur se détachait du côté interne, un peu au-dessus de l'articulation du coude, un faisceau musculaire qui s'insérait par un tendon aplati au radius au-dessous de l'attache du tendon du biceps et immédiatement en dedans des insertions du court supinateur.

Le dédoublement du long supinateur est assez fréquent (Testut, (*loc. cit.*, p. 512). Le chef accessoire, qui est interne, peut s'arrêter plus ou moins haut sur le radius. Les cas où il se fixe en un point très élevé, comme dans notre pièce, paraissent assez rares.

Chez les Reptiles et en particulier les Crocodiles le muscle long supinateur est pareillement dédoublé (Alix). Il l'est aussi chez certains Mammifères.

23° (P). *Faisceau surnuméraire du premier radial. Radial intermédiaire de Wood.*

Ce faisceau donne naissance à un tendon parallèle à celui des deux radiaux normaux, qui s'insère au même niveau que les radiaux, entre le deuxième et troisième métacarpiens.

Wood, cité par Testut (*loc. cit.*, p. 520), et Testut regardent comme fréquentes les anastomoses allant de l'un à l'autre muscle radial. Wood a désigné ces faisceaux anastomotiques sous le nom générique de radial intermédiaire. « Du reste, si le radial intermédiaire n'est le plus souvent qu'un simple faisceau anastomotique, il peut, dans certains cas, par suite d'une différenciation plus complète, posséder une individualité propre ; témoins quelques observations rencontrées par Macalister, par Wood, par moi-même, où le faisceau intermédiaire se détachait directement de l'épitrochlée entre les deux radiaux. D'autre part, le radial intermédiaire peut venir se fixer, par son tendon terminal, soit sur le deuxième métacarpien, soit sur le troisième. Il peut même se bifurquer et s'attacher aux deux » (Testut, *loc. cit.*, p. 521). Dans notre cas, le radial intermédiaire, ayant une insertion propre au niveau de l'interligne des deuxième et troisième métacarpiens, avait par cela même une indépendance plus complète encore que dans les cas précités.

Debierre[1] a signalé dernièrement une anomalie des radiaux externes consistant en un dédoublement de chacun d'eux, compliqué du croisement en X des quatre muscles ainsi constitués. Il est facile de concevoir la présence d'un radial intermédiaire et d'anastomoses entre les deux radiaux de l'Homme, dès l'instant que l'on sait que chez nombre de Mammifères il n'existe qu'un extenseur radial du carpe unique (Meckel, Young).

24° (F). *Muscle radio-palmaire.*

Du milieu du bord externe du radius, entre l'insertion du rond pronateur et celle du court supinateur, part un tendon élargi ; après un trajet de 6 centimètres, il se perd dans un ventre charnu long de 8 centimètres ; ce dernier lui-même se divise en deux tendons, dont l'un se perd dans le ligament annulaire antérieur au niveau de l'articulation trapézo-métacarpienne et l'autre dans l'aponévrose palmaire.

L'appellation de muscle radio-palmaire a été donnée par Testut (*loc. cit.*, p. 507) « à tous les faisceaux surnuméraires qui prennent naissance sur la face antérieure du radius, au-dessous du fléchisseur superficiel et viennent se terminer soit sur le bord supérieur du ligament annulaire antérieur du carpe, soit sur l'aponévrose palmaire. Cette double insertion inférieure est absolument celle du muscle normal que l'on désigne sous le nom de petit palmaire ou de palmaire grêle. J'ai déjà signalé d'autre part la possibilité, pour ce dernier muscle, de s'insérer sur le radius ».

« Le faisceau anomal radio-palmaire me paraît donc devoir se rattacher au muscle petit palmaire qui peut, suivant les cas, faire défaut ou coexister avec lui. Dans le premier cas, le radio-palmaire le remplace, et l'on a ainsi un petit palmaire déplacé ; dans le second cas, il lui sert d'accessoire.

« Du reste, le muscle dont il est question peut présenter, dans sa morphologie générale, des variations qui rappellent bien nettement celles du petit palmaire. Il peut se détacher du radius, soit par un corps charnu, soit par un tendon, ce dernier pouvant

1. Debierre, *Anomalie des muscles radiaux externes et du long abducteur du pouce de l'homme.* (*Soc. de biol.*, n° 28, 1888.)

affecter, suivant les cas, une disposition cylindrique ou une disposition rubanée. Il peut également se terminer sur le ligament annulaire soit par un tendon, soit par un double tendon, soit par un corps charnu. »

25° (N). *Faisceau de renforcement du fléchisseur propre du pouce.*

C'est le faisceau épitrochléen, anormalement développé et remarquablement indépendant, qui se jette sur le fléchisseur propre du pouce par un tendon mince et allongé.

26° (N). *Insertion du petit palmaire sur le cubital antérieur ou cubital antérieur à deux chefs.*

Du bord externe du muscle cubital antérieur se détache un faisceau musculaire qui va se confondre avec le plan superficiel de l'aponévrose palmaire. Le petit palmaire fait défaut.

Ce muscle surnuméraire est décrit par Testut (*loc. cit.*, p. 453 et 447), d'abord sous la rubrique : insertion supérieure du petit palmaire sur les muscles voisins, en particulier le cubital antérieur (cas de Friedlowsky); et ensuite comme faisceau d'insertion surnuméraire du cubital antérieur sur le ligament annulaire antérieur du carpe.

27° (N). *Absence du tendon du fléchisseur superficiel de l'index.*

28° (P). *Absence du fléchisseur superficiel du petit doigt* (anomalie bilatérale).

D'habitude, selon Testut (*loc. cit.*, p. 463) le muscle fléchisseur superficiel du petit doigt absent est suppléé par un court fléchisseur du petit doigt qui prend d'ordinaire naissance dans le voisinage du carpe. Nos notes ne font pas mention de l'existence de ce faisceau de remplacement.

29° (P). *Faisceau de renforcement du fléchisseur superficiel du petit doigt inséré sur la gaîne des vaisseaux cubitaux. Muscle court fléchisseur du petit doigt.*

Un muscle court fléchisseur du petit doigt, tel que celui dont il vient d'être question au numéro précédent, existait ici concurremment avec le chef fléchisseur superficiel du petit doigt, et ne doit donc pas purement et simplement être considéré comme le représentant de ce dernier dont les attaches supérieures se seraient déplacées par en bas (Testut, *loc. cit.*, p. 464). Il est vrai

que, tandis que le court fléchisseur du petit doigt, dans les cas cités par Testut, se détachait du cubitus ou de quelque tendon du voisinage, il présente ici des attaches toutes spéciales sur la gaîne des vaisseaux cubitaux.

30° (P). *Muscle court fléchisseur du petit doigt, inséré comme précédemment sur la gaîne des vaisseaux cubitaux.*

31° (N). *Faisceau de renforcement du court abducteur du petit doigt attaché sur la gaîne des vaisseaux cubitaux* (fig. 6, *m* et *t*).

Ce faisceau, inséré sur la gaîne des nerf et vaisseaux cubitaux, se dirige en bas en recouvrant ces organes ; et, au niveau du pisiforme, à la face externe duquel il est logé, il donne un tendon extrêmement grêle, qui se place dans l'interstice des court fléchisseur et court abducteur du petit doigt et s'épanouit sur le tendon inférieur de ce dernier en se confondant avec lui.

Nous pensons pouvoir rattacher cette anomalie à celle qui consiste dans un prolongement phalangien du cubital antérieur (Testut, *loc. cit.*, p. 453). Wood, dit Testut, a vu le tendon du cubital antérieur envoyer une expansion sur le quatrième métacarpien. Lui-même a vu, plusieurs fois, des expansions fibreuses se porter sur le cinquième métacarpien. Dans un cas, observé par Curnow, cette expansion s'étendait jusqu'à l'articulation métacarpo-phalangienne du petit doigt.

La disposition que nous avons décrite peut s'expliquer si l'on admet qu'il y a eu séparation de certaines fibres musculaires du cubital antérieur et prolongement du tendon du muscle, mais seulement de la partie de ce tendon qui fait suite aux fibres devenues distinctes.

32° (P). *Faisceau de renforcement de l'abducteur du petit doigt* (fig. 3, *a'*).

Ce faisceau s'insérait sur le bord interne de l'aponévrose palmaire moyenne.

On peut évidemment considérer ce faisceau comme une dépendance du petit palmaire, dont les insertions inférieures auraient varié. Le muscle petit palmaire peut en effet s'insérer sur les éminences thénar et hypothénar (Testut, *loc. cit.*, p. 449). « L'expansion que le petit palmaire envoie à ces éminences peut

être charnue ou tendineuse; elle peut se terminer, soit sur l'aponévrose de la région, soit sur le tendon d'origine des muscles de ces éminences (abducteur du pouce, abducteur du petit doigt); il n'est pas rare de voir le faisceau charnu additionnel se fusionner entièrement avec l'un de ces muscles, qui présente ainsi une origine élevée ou antibrachiale. La plupart des anatomistes, Macalister, Gruber, Calori, signalent cette disposition que j'ai rencontrée pour ma part sur trois sujets. »

Merlin[1], dans un travail dont nous ne connaissons qu'une analyse, a observé des faits qui peuvent être rapprochés de celui que nous avons indiqué. Il a décrit un muscle court cubital interne (*M. ulnaris internus brevis*), qui de la face postéro-interne du milieu du cubitus se dirigeait vers le pisiforme et vers la capsule de l'articulation du carpe; il en partait en outre des faisceaux grêles pour l'abducteur du petit doigt. D'autre part, il a observé un abducteur du petit doigt à deux chefs.

33° (N). *Chef accessoire du court fléchisseur du petit doigt.*

Ce faisceau, aplati supérieurement et inséré sur l'aponévrose antibrachiale à 3 travers de doigt au-dessus du pisiforme, contourne le bord externe de cet os et se confond avec le court fléchisseur du petit doigt au niveau du tiers supérieur du bord externe de ce muscle.

Cette variété doit s'expliquer évidemment de la même façon que la précédente, c'est-à-dire par la continuation du petit palmaire au delà de l'aponévrose de la paume de la main.

34° (N). *Faisceau tendineux du long fléchisseur du pouce inséré sur le tendon du fléchisseur de l'index* (fig. 1, *t*).

On sait que la fusion incomplète du long fléchisseur propre du pouce avec les autres fléchisseurs atteste chez l'Homme au plus haut point la tendance au type simien. La disposition que nous avons signalée est en quelque sorte intermédiaire aux cas δ et ε que Testut rapporte (*loc. cit.*, p. 479).

Giacomini a rapporté deux observations d'anastomose du fléchisseur propre du pouce avec le fléchisseur superficiel de l'index; cette anastomose se faisait très haut par un petit faisceau charnu

1. Merlin, *Varietätenbeobachtungen aus dem Innsbrücker-Secirsaale.* (*Ber. d. nat.-med. Ver. in Innsbruck*, 1885.)

fusiforme dirigé du fléchisseur propre vers le fléchisseur de l'index [1].

35° (F). *Faisceau anastomotique entre le court extenseur et le court abducteur du pouce.*

Du côté externe du muscle court extenseur du pouce, sur l'avant-bras droit, part un tendon de 8 centimètres, qui, au niveau de l'articulation métacarpo-trapézienne, se perd dans un corps charnu qui renforce le court abducteur du pouce.

Je n'ai pas trouvé dans Testut l'indication de cette anomalie.

36° (P). *Faisceau de renforcement du tendon extenseur de l'index. Court extenseur des doigts. Homologue à la main du muscle pédieux.*

Attaché sur la face dorsale du carpe au-dessous du ligament annulaire, le faisceau dont il s'agit allait se jeter sur le bord interne du tendon extenseur de l'index.

On comprend l'intérêt qui s'attache à la constatation de muscles homodynames à la main et au pied. Parmi ces muscles se trouve le court extenseur de la main, homodyname du court extenseur du pied ou pédieux. Testut (*loc. cit.*, p. 561) consacre un long article à ce muscle. Il cite des cas auxquels le nôtre est semblable, et où un petit faisceau pouvant coexister avec l'extenseur normal de l'index se jetait sur le tendon de ce dernier, constituant ainsi un extenseur accessoire de l'index, ou même remplaçait l'extenseur normal absent et représentait un court extenseur propre de l'index.

En fait de travaux récents relatifs au court extenseur des doigts, nous devons citer ceux de Gruber [2], Baudoin [3], où il s'agit d'ailleurs du chef destiné au médius, plus rare que celui qui va au doigt indicateur. D'après Gruber même, l'extenseur propre du médius, dont cet auteur a fait une véritable monographie, ne se présenterait jamais sans que celui de l'index se montrât en même temps.

1. Giacomini, *Additions sur l'anatomie du nègre.* (*Arch. ital. de biologie*, t. VI.)

2. Gruber, *Beobachtungen aus der menschlichen und vergleichenden Anatomie.* H. 7. Berlin, Hirschwald, 1886.

3. Baudoin, *le Pédieux de la main.* (*Bull. de la Soc. d'anthropologie*, 1885.)

Membre inférieur.

37° (P). *Faisceau iliaque accessoire.*

Il se détache du muscle iliaque pour se confondre ensuite avec le psoas. Le nerf crural passe au-dessous de ce faisceau puis à son bord externe, qu'il sépare du bord interne de l'iliaque.

Des dispositions de ce genre sont classées par Testut (*loc. cit.*, p. 184) sous la rubrique : division du muscle iliaque en plusieurs portions distinctes. Il ne faut pas les confondre avec celles qui consistent dans une division du psoas en portions distinctes et dans la présence de psoas accessoires. L'anastomose entre le psoas et l'iliaque marche en effet dans notre cas du second muscle vers le premier.

Debierre [1] a décrit un cas de dédoublement du muscle iliaque beaucoup plus étendu que celui que nous avons observé, et surtout intéressant parce qu'il lui a permis d'en tirer, ainsi que d'autres faits de même ordre, des conclusions relativement à la genèse probable de certaines anomalies. Le trajet du nerf crural était tel en effet dans le cas de Debierre, que de toute évidence le muscle iliaque accessoire n'était qu'une partie de l'iliaque détachée par le nerf crural de la masse principale du muscle. Merlin (*loc. cit.*) a rapporté un cas de psoas accessoire dont nous n'avons pas à parler ici.

Ledouble [2] a noté maintes fois la disposition qui consiste en faisceaux d'union entre l'iliaque et le grand psoas au-dessus du nerf crural.

38° (P). *Union du pyramidal et du moyen fessier.*

Le muscle pyramidal partageait la destinée du moyen fessier auquel il était complètement soudé. L'existence propre de ce muscle était cependant révélée par la présence d'un tendon mince et allongé, pareil à celui d'un muscle pyramidal distinct, et que l'on apercevait sur la face profonde du tendon commun aux deux muscles. Elle était en outre indiquée par ce fait que la branche de l'artère

1. Debierre, *Des Anomalies des muscles coexistantes et corrélatives des anomalies nerveuses.* (*Soc. de biologie*, 1888.)

2. Ledouble, *Contributions à l'histoire des anomalies musculaires.* (*Revue d'anthropologie*, 1886.)

fessière, qui passe entre le muscle pyramidal et le muscle moyen fessier pour se répandre dans le grand fessier, traversait la masse musculaire commune, laissant d'un côté ce qui appartenait au moyen fessier et de l'autre ce qui représentait le pyramidal.

Testut (*loc. cit.*, p. 581) parle de la fusion du pyramidal et du moyen fessier et a observé deux cas en particulier où cette fusion était complète.

39° (P). ***Division longitudinale du couturier.***

Le couturier est divisé sur toute sa longueur en deux chefs parallèles. Le chef externe fournit inférieurement l'expansion qui s'attache à l'aileron de la rotule ; le chef interne donne l'expansion tendineuse qui se fixe à la tubérosité du tibia et celle qui se continue avec l'aponévrose jambière.

La duplicité du couturier, dont Testut (*loc. cit.*, p. 603) distingue plusieurs variétés, serait assez rare. Quand les deux faisceaux du muscle, dit Testut, sont distincts dans toute leur étendue, l'un et l'autre peuvent s'attacher au tibia ; ou bien l'un d'eux descend seul jusqu'au tibia, l'autre s'arrêtant soit sur le côté interne du genou (cas de Bergeron), soit sur le fémur (cas de Meckel).

Sur l'un des nègres qu'il a disséqués, Chudzinski (*loc. cit.*) a trouvé le couturier divisé au milieu de la cuisse ; du bord externe du muscle se détachait un petit faisceau charnu, terminé par un tendon filiforme qui se fusionnait avec le surtout aponévrotique qui revêt la tubérosité du condyle externe du fémur.

40° (F). ***Faisceau anastomotique du biceps et du demi-tendineux. Demi-tendineux à deux chefs*** (fig. 11, *m*).

Oblique de dehors en dedans et de haut en bas, long de 10 centimètres, large de 3 ou 4 centimètres, ce faisceau se portait vers la partie moyenne de la jambe, du biceps sur le demi-tendineux.

Testut (*loc. cit.*, p. 637), au paragraphe « Union du biceps avec quelques muscles voisins », dit seulement ce qui suit. Il résulte d'une observation de Max Flesch « que la longue portion du biceps peut fournir (à la rencontre du premier quart et du deuxième quart à partir de l'ischion) un faisceau de renforcement au demi-tendineux. Les deux muscles sont ischiatiques par leur origine, du moins chez l'homme, et la présence du faisceau mentionné par M. Flesch n'a rien que de très naturel. Le profes-

seur Humphry a rencontré un faisceau analogue sur le membre pelvien de l'unau. »

Gruber[1] décrit au contraire avec détails l'anomalie qui nous occupe, et la distingue de celle qu'il appelle muscle tendineux à deux chefs vrai, et qu'il considère comme inédite. « Le muscle demi-tendineux reçoit quelquefois, dès après sa séparation du long chef du biceps de la cuisse, un faisceau charnu de ce dernier muscle. J'ai observé un nombre notable de cas de cette anomalie, etc. » Dans le cas du muscle demi-tendineux à deux chefs vrai, l'un des chefs était soudé à la longue portion du biceps crural, l'autre, beaucoup plus considérable, naissait en commun avec le demi-membraneux.

41° (N). *Faisceau anastomotique du biceps crural au jumeau interne. Forme incomplète de l'ischio-calcanéen* (fig. 10, *m*).

Ce faisceau, long de 15 centimètres, large de 2 centimètres, arrondi, se détache de la partie moyenne du bord interne du biceps, pour se jeter sur l'extrémité supérieure du bord interne du jumeau interne.

On peut voir le biceps s'insérer sur le tibia, sur l'aponévrose jambière, sur le tendon d'Achille ou le calcanéum. Les deux premières insertions, d'après Cruveilhier et Theile, cités par Testut (*loc. cit.*, p. 634), sont normales. La troisième est anomale et constitue une intéressante reproduction d'une disposition existant chez les animaux. D'après Testut, voici les principaux faits que l'on a observés. Kelch, le premier, a vu se détacher du bord interne de la longue portion du biceps, avant sa réunion à la courte portion, un faisceau musculaire qui se jetait sur un tendon long et grêle, lequel venait à son tour se fusionner avec le tendon d'Achille. Gruber rapporte trois cas analogues, dont l'un consistait dans un faisceau surnuméraire détaché de la face antérieure de la longue portion du biceps et venait renforcer le tendon des jumeaux ; dans un autre cas, d'un côté la disposition était à peu près la même que précédemment, tandis que, de l'autre côté, le faisceau supplémentaire se détachait à la fois de la longue portion du biceps et de l'aponévrose poplitée et venait se per-

1. Gruber, *Anatomische Notizen.* (*Virch. Archiv*, Bd. CIII, 1886.)

dre sur l'extrémité inférieure du jumeau interne ; dans le troisième cas, à droite, le faisceau allait du bord interne de la longue portion dans le creux poplité où il se jetait sur un tendon, qui se chargeait à nouveau de fibres charnues, se plaçait dans le sillon que laissent entre eux les deux jumeaux et finalement se fusionnait avec le tendon d'Achille ; à gauche, le même faisceau était renforcé par un faisceau fibreux qui prenait naissance sur l'intersection aponévrotique du demi-tendineux. Halliburton a fourni un cas de faisceau calcanéen du biceps presque identique au troisième cas (côté droit) de Gruber. Enfin Turner a décrit comme tenseur de l'aponévrose poplitée un faisceau qui, se détachant du biceps, venait se perdre sur l'aponévrose poplitée, après avoir été renforcé par un deuxième faisceau parti de la ligne âpre, entre le vaste externe et la courte portion du biceps.

Nous avons tenu à relater d'après Testut toutes ces observations afin de montrer que celle que nous avons figurée ne coïncide avec aucune.

Nous y joignons la suivante due à Turner [1]. Le faisceau surnuméraire naissait du milieu du ventre charnu du biceps crural et, situé plus superficiellement que le nerf sciatique, gagnait le creux du jarret, s'engageait entre les deux jumeaux, se prolongeant en un tendon grêle, qui peu à peu se fusionnait avec le tendon d'Achille.

L'interprétation des variétés musculaires précitées est facile à donner ; ce sont des formes plus ou moins complètes des muscles ischio-tibial, ischio-aponévrotique, ischio-calcanéen qui existent chez un grand nombre de Mammifères.

42° (N). *Faisceau de renforcement du jumeau interne. Jumeau accessoire* (fig. 12, *m*, *m'*).

Ce faisceau, composé lui-même de deux chefs confondus inférieurement, s'insère supérieurement : 1° (*m*) sur le tissu cellulaire qui entoure le nerf sciatique poplité interne par une lame tendineuse très mince ; 2° (*m'*) sur la face postérieure de l'espace intercondylien postérieur, par une série de petits tendons très minces qui divergent en éventail dans toutes les directions,

1. Turner, *Absence of extensor carpi ulnaris and presence of an accessory sural muscle.* (*Journ. of anat. and phys.*, vol. XIX, p. III, 1885.)

partant d'une sorte d'arcade tendineuse qui laisse à découvert un muscle plantaire grêle très développé (sur la figure le muscle est un peu rejeté en dedans pour laisser voir le plantaire grêle). Par son extrémité inférieure, le faisceau de renforcement se joint au bord externe du jumeau interne.

On trouve l'indication de jumeaux accessoires ayant des insertions voisines de celles que nous avons rencontrées dans Testut (*loc. cit.*, p. 651). Le faisceau surnuméraire des jumeaux peut provenir, dit Testut, et c'est le cas le plus fréquent, de la portion sus-condylienne du fémur ; mais ces faisceaux sus-condyliens (troisième gastrocnémien de Krause) présentent à leur tour des variations nombreuses portant sur leur volume, leur longueur, leurs points d'implantation supérieur et inférieur, leur mode de constitution, etc. Smith, Howse et D. Colley ont vu naître ce faisceau de l'espace triangulaire compris entre les deux branches de bifurcation de la ligne âpre. H. Virchow a observé un fait analogue ; Terrier et Walsham ont rencontré chacun un troisième chef, détaché de la branche de bifurcation interne de la ligne âpre. Dans un fait de Quain et dans un deuxième fait de Kölliker et de M. Flesch, le faisceau surajouté au troisième chef du gastrocnémien prenait naissance par deux faisceaux distincts. Wood, à son tour, rapporte un nouveau fait de troisième portion du gastrocnémien bifurquée : l'une des deux branches s'insérait au ligament, l'autre remontait jusque dans l'espace poplité. Chudzinski a relaté deux autres cas du faisceau accessoire des jumeaux, observés chez des nègres.

A cette liste d'observations rapportées par Testut, nous joindrons celles de Merlin [1], Hinterstoisser [2]. Merlin parle d'un gastrocnémien à trois chefs, dû à ce que le jumeau interne s'étend en haut et en dehors dans l'espace poplité, à l'endroit où les vaisseaux poplités traversent ce dernier.

43° (N). *Soléaire accessoire* (fig. 15, *m*).

Ce muscle s'insère à la partie moyenne de la face postérieure du tibia suivant une ligne oblique de haut en bas et de dedans

1. Merlin, *loc. cit.*

2. Hinterstoisser, *Ueber einige seltene Muskelvariationen.* (*Vien. med. Jahrb.*, 1887. N. Folge, H. 7.)

en dehors et sur l'aponévrose profonde du soléaire parallèlement au bord libre inféro-interne de celle-ci (de α à β). Les fibres charnues se jettent sur une lame tendineuse qui se continue à la face interne du calcanéum, un peu au-devant de la tubérosité postérieure de cet os. Sur une certaine étendue (de β à γ), les fibres musculaires sont confondues avec le bord interne du muscle soléaire.

Le faisceau accessoire du soléaire a été appelé par Cruveilhier soléaire surnuméraire, par Pye-Smith, deuxième soléaire. Un assez grand nombre de cas de soléaire surnuméraire sont rapportés par Testut (*loc. cit.*, p. 655), entre autres un cas de cet auteur, qui nous paraît le mieux ressembler au nôtre. Le muscle se détachait à la fois de la ligne oblique du tibia et du bord interne du soléaire pour venir se fixer sur le côté interne du calcanéum.

Dès observations de muscle soléaire accessoire ont été données par Bianchi, Windle, Ilinterstoisser (*loc. cit.*). Dans le cas de Windle, le chef accessoire du soléaire prenait naissance au-dessous de l'origine tibiale du soléaire, le long duquel il descendait pour s'attacher au-devant du tendon d'Achille, en dedans, sur le calcanéum, en dehors, sur l'extrémité dorsale du péroné.

Testut (*loc. cit.*, p. 656) regarde ce muscle comme une variété du plantaire grêle, bien qu'il ne s'attache pas au fémur, et qu'il puisse coexister avec le plantaire grêle.

44° (N). *Chefs surnuméraires de l'accessoire du long fléchisseur commun. Long accessoire de Testut* (fig. 17, *m, m', m''*).

L'un de ces chefs, long de 7 centimètres, large de 0,3 centimètre, s'insère sur l'aponévrose de la loge musculaire profonde. Le second, de mêmes dimensions, s'attache sur la gaîne des vaisseaux tibiaux postérieurs. Le troisième, de forme quadrilatère, long de 6 centimètres et large de 2,5 centimètres, s'insère sur le péroné ; son tendon reçoit ceux des autres chefs et va se confondre avec les fibres de l'accessoire du long fléchisseur commun.

45° (N). *Chefs surnuméraires de l'accessoire du long fléchisseur commun. Long accessoire de Testut* (fig. 14, *m, m'*).

L'un de ces chefs s'insère sur l'aponévrose profonde de la jambe ; l'autre a les mêmes insertions, mais situées plus bas.

Les deux chefs s'unissent avant d'aborder l'accessoire du long fléchisseur.

Les variétés 44 et 45 prennent place parmi la catégorie des longs accessoires du long fléchisseur (Testut), des accessoires de l'accessoire (Turner), des péronéo-calcanéens internes (Macalister), des deuxièmes accessoires (Humphry). Ces muscles, très variables en volume et en étendue, sont caractérisés selon Testut (*loc. cit.*, p. 690) par ces deux conditions : qu'ils prennent naissance à la jambe ; qu'ils se fusionnent avec l'accessoire plantaire ou se terminent avec lui sur les tendons du long fléchisseur.

Nous ne pouvons songer à transcrire ici la relation des nombreuses et très variables descriptions de long accessoire que Testut rapporte. Les observations que nous avons décrites et figurées participent des cas α, ζ, θ, ι, λ, μ, ν, ο et surtout du cas ζ, énumérés dans l'ouvrage de Testut.

L'anomalie qui consiste dans l'apparition d'un long accessoire s'explique par ce fait que chez des Vertébrés inférieurs, les Cryptobranches par exemple, il existe un muscle appelé par Humphry pronateur du pied, qui, attaché au condyle externe du fémur, au péroné et à la partie postérieure du tarse, représente le tibial postérieur, le long fléchisseur du pouce et l'accessoire du long fléchisseur. Chez les Cryptobranches l'accessoire remonte ainsi à la jambe et est intimement lié au tibial postérieur et au fléchisseur du pouce. Chez les Mammifères, par suite du développement du calcanéum, le fléchisseur accessoire est descendu définitivement sur les os postérieurs du tarse. Mais il peut remonter à la jambe, par un phénomène de réversion, et donner lieu ainsi au long accessoire.

46° (N). *Quatrième péronier* (Otto). *Faisceau péronéo-calcanéen externe* (Testut) [fig. 16, p^4].

Le quatrième péronier est représenté par un muscle volumineux aplati, inséré supérieurement en dehors du fléchisseur propre du gros orteil, en dedans du court péronier, sur le quart inférieur de la face postérieure du péroné, et inférieurement par un court tendon sur la face externe du calcanéum.

47° (N). *Quatrième péronier* (Otto). *Faisceau péronéo-calcanéen externe* (Testut).

Ce muscle a essentiellement les mêmes insertions que dans le cas précédent ; ses insertions remontent seulement un peu plus haut, et le corps charnu du muscle est moins volumineux que précédemment ; il se termine par un tendon plus grêle et plus long qui, passant en dehors du ligament péronéo-calcanéen, vient s'attacher assez bas sur la face externe du calcanéum.

48° (P). *Quatrième péronier. Péronier du cinquième orteil. Prolongement digital du court péronier latéral* (fig. 13, p^4, p^5).

Le muscle est représenté par un tendon grêle qui se détache du bord antérieur du tendon du court péronier au niveau de l'extrémité postérieure du muscle pédieux, se dirige parallèlement à l'axe du cinquième métatarsien, et va se terminer sur une lame fibreuse triangulaire qui l'unit au tendon de l'extenseur du petit orteil. Une partie du tendon continue son trajet, se confond avec une expansion tendineuse filiforme détachée du bord externe du tendon de l'extenseur du petit orteil, et n'a pas été suivie plus loin. Il n'y avait pas de péronier antérieur.

Les variétés 46, 47 et 48 représentent deux sortes de formes incomplètes possibles que prend chez l'Homme le muscle quatrième péronier, ou péronier du cinquième orteil, complètement développé chez les Mammifères.

Chez les Carnassiers il existe trois péroniers, le long péronier latéral, le court péronier latéral, et un troisième péronier, un peu plus petit que le court péronier latéral, situé sur un plan plus postérieur, et de forme triangulaire, sa base correspondant à l'insertion péronière ; le sommet du muscle se continue par un tendon qui contourne la malléole, glisse sur la face dorsale du cinquième métatarsien et finalement se termine sur la première phalange du cinquième orteil ; c'est là le péronier du cinquième orteil. Ce muscle se retrouve chez d'autres Mammifères avec quelques variantes. Chez les Primates, le muscle peut se fusionner avec les autres péroniers, le court péronier latéral notamment. Chez les Anthropoïdes en particulier, il n'est plus représenté que par un tendon qui, se détachant du court péronier latéral, glisse le long de la face dorsale du cinquième métatarsien, pour venir se terminer soit dans le voisinage du cinquième orteil, soit sur les phalanges elles-mêmes (directement ou par

l'intermédiaire de l'extenseur commun). On peut désigner, avec S. Pozzi, ce tendon sous le nom de prolongement digital ou prolongement phalangien du court péronier latéral (Testut, *loc. cit.*, p. 745 et suiv.). Notre cas n° 48 répond de tous points au type du prolongement digital du court péronier latéral.

Les autres cas peuvent être considérés comme représentant la disposition du muscle que Testut (*loc. cit.*, p. 755) appelle péronéo-calcanéen externe, et que Otto a nommé quatrième péronier; il en existe un certain nombre de faits dans la science. Pour interpréter le muscle péronéo-calcanéen externe, il faut le considérer comme une forme incomplète, arrêtée en route et insérée sur le calcanéum, du péronier du cinquième orteil.

Plusieurs travaux ont paru dans ces derniers temps sur le muscle péronier du cinquième orteil.

Giacomini (*loc. cit.*), dans sa dissection de sujets nègres, a rencontré dans un cas le tendon que le court péronier latéral fournit au cinquième orteil. Chudzinski (*loc. cit.*) décrit un faisceau musculaire mince et aplati, inséré à la cloison interposée entre le fléchisseur du pouce et le court péronier latéral, dont le tendon paraît à 137 millimètres au-dessus de la malléole externe et se termine sur un tubercule placé immédiatement au-dessus de la gouttière dans laquelle glisse le tendon du long péronier latéral. Gruber (*loc. cit.*) a publié une « monographie du péronier du cinquième orteil et de sa réduction chez l'homme au tendon dorsal du pied fourni par le court péronier latéral et pourvu ou non de ventre musculaire, ou bien au muscle dorsal du pied complètement indépendant, et en même temps une monographie de l'homologue de ce muscle, le péronier du cinquième doigt chez les mammifères, et de sa réduction au tendon dorsal du pied fourni par le court péronier latéral, ainsi que d'autres muscles péroniers des doigts ». Hinterstoisser (*loc. cit.*) rapporte l'observation d'un court péronier accessoire avec tendon bifide inséré sur le calcanéum ; le muscle naissait entre les deux péroniers au tiers supérieur de l'angle externe du péroné ; les deux branches de bifurcation du tendon du muscle entouraient le tendon du court péronier latéral, l'une placée en avant, l'autre en arrière de ce tendon ; le tendon dorsal du pied faisait défaut.

L'auteur interprète ce muscle comme un péronier du cinquième orteil réduit. Cunningham, enfin, s'est occupé du péronier du cinquième orteil[1].

49° (F). *Court fléchisseur du deuxième orteil remplacé par un faisceau tendineux du long fléchisseur du gros orteil. Absence des quatrièmes lombricaux* (anomalies bilatérales).

Le court fléchisseur du deuxième orteil manque et est suppléé par une branche de bifurcation du tendon du long fléchisseur du gros orteil. Ce tendon, en effet, au niveau de la face interne du calcanéum, émet un faisceau tendineux long de 15 centimètres qui contracte des adhérences assez faibles avec la chair carrée, puis va former le fléchisseur perforé du deuxième orteil.

On sait que normalement il existe entre le long fléchisseur propre et le long fléchisseur commun une anastomose tendineuse, et que, dans des cas exceptionnels, cette anastomose prend une part plus ou moins considérable à la constitution des tendons du fléchisseur commun, pour un ou plusieurs orteils (Testut, *loc. cit.*, p. 677). Mais nous n'avons pas trouvé dans l'ouvrage de Testut la mention d'une suppléance totale non plus du long fléchisseur, mais de l'un des chefs du court fléchisseur des orteils par une expansion du fléchisseur propre.

50° (F). *Muscle pédieux anormal* (anomalie bilatérale).

Ce muscle a bien quatre chefs ; mais le deuxième et le troisième vont se rendre, l'un au côté gauche, l'autre au côté droit du deuxième orteil ; le quatrième chef se divise en deux faisceaux destinés aux troisième et quatrième orteils.

51° (F). *Adducteurs du gros orteil anormaux.*

De l'adducteur transverse se détachent deux faisceaux, allant se rendre sur le bord externe du deuxième orteil. Un autre faisceau, très important, de 2 centimètres de large, aboutit au même endroit et émane de l'adducteur oblique.

TÊTE ET COU.

52° (N). *Sterno-cléido-mastoïdien à plusieurs chefs.*

Il se compose : 1° d'un chef sterno-mastoïdien-occipital ; 2° d'un

1. Cunningham, *The peroneus quinti digiti.* (*Proc. of the roy. British Acad.*, S. III, vol. I, n° 1, 1888.)

chef cléido-mastoïdien, absolument distinct du précédent sous lequel il s'engage ; 3° d'un chef cléido-occipital se trifurquant vers le milieu de son trajet et donnant une languette externe qui se joint au sterno-mastoïdien occipital, une languette moyenne qui s'insère sur l'occipital et une languette interne qui se perd sur l'aponévrose du splénius.

La distinction des parties sternale et claviculaire du muscle sterno-cléido-mastoïdien est fréquente chez l'Homme, où elle est la reproduction d'un type répandu chez les Mammifères. Il s'y ajoutait, dans le cas décrit ci-dessus, ces particularités que la partie sternale s'insérait franchement à l'occipital, et que la partie claviculaire était plus profonde que la partie sternale. Quant au chef cléido-occipital, muscle cléido-occipital de Wood, il a été étudié par un assez grand nombre d'auteurs, Wood entre autres (Testut, *loc. cit.*, p. 216), et depuis par Giacomini (*loc. cit.*).

Ce cléido-occipital n'est autre que le vestige d'un muscle qui, chez les animaux sans clavicule, se réunit aux faisceaux antérieurs du deltoïde, constituant un long muscle qui s'étend de l'apophyse mastoïde et de l'occipital à l'humérus et que l'on appelle céphalo-huméral, mastoïdo-huméral (Testut, *loc. cit.*, p. 218).

53° (N). *Faisceaux surnuméraires de l'angulaire de l'omoplate* (fig. 8).

Les insertions supérieures de l'angulaire se faisaient par trois chefs aux tubercules des trois premières vertèbres cervicales. Il en résultait le corps charnu qui s'insère à l'angle supéro-interne de l'omoplate et à la partie du bord spinal située au-dessus de l'épine. Du bord interne de ce corps charnu se détachait un faisceau qui s'insérait à la base de l'épine de l'omoplate. En outre, un faisceau accessoire, né du tubercule de la troisième vertèbre cervicale, allait se jeter par un mince tendon sur la première et sur la deuxième côte.

On connaît nombre de variations dans la hauteur des insertions vertébrales de l'angulaire de l'omoplate, de même qu'on a trouvé ce muscle attaché à l'épine de l'omoplate. Ce que l'on a rencontré plus rarement ce sont des attaches extra-scapulaires de l'angulaire de l'omoplate, en d'autres termes des faisceaux péri-

scapulaires divergents de ce muscle. Testut (*loc. cit.*, p. 141) cite comme insertion à la deuxième côte les cas de Meckel, Theile, Blandin, comme insertion à la première côte un cas qui lui est personnel, comme insertion aux deux premières côtes à la fois un cas seulement de Clason.

Testut interprète les faisceaux surnuméraires de l'angulaire de l'omoplate précités comme les représentants incomplets des muscles élévateur de la clavicule ou omo-trachélien (fixé à l'atlas et à l'axis d'une part, à l'extrémité acromiale de la clavicule d'autre part) et occipito-scapulaire ou rhomboïde de la tête (s'étendant de l'occipital au bord spinal de l'omoplate) [Testut, *loc. cit.*, p. 141, 97 et 142]. Ledouble [1] considère les faisceaux en question de l'angulaire comme le vestige de la soudure, existant chez un grand nombre de Vertébrés, de l'angulaire de l'omoplate et du grand dentelé, réunis en un dentelé large. On comprend alors très bien les insertions vertébrales et costales de nos faisceaux.

54° (N). *Faisceau surnuméraire de l'angulaire de l'omoplate* (fig. 9, *m*).

Ce faisceau, long de 6 centimètres, dirigé de dehors en dedans et de haut en bas, émanait de l'angulaire pour se perdre dans l'aponévrose du petit dentelé supérieur.

C'est encore là un exemple de faisceau périscapulaire de l'angulaire qui, d'après Testut (*loc. cit.*, p. 141), a été rencontré par Rosenmüller, Wood, Reid, Taylor.

Chiarugi [2] a observé un faisceau détaché du bord interne de l'angulaire et se rendant aux apophyses épineuses de la septième cervicale et de la première dorsale, en confondant ses insertions avec celles du rhomboïde et du petit dentelé. Ledouble [3], étudiant les anomalies de l'angulaire de l'omoplate, signale les cas auxquels est semblable ou analogue notre observation, et les interprète de la même façon que nous l'avons dit pour l'anomalie n° 53.

1. Ledouble, *Contributions à l'histoire des anomalies musculaires.* (*Revue d'anthropologie,* 1888.)

2. Chiarugi, *Di alcune varietà muscolari della nuca e del dorso.* (*Boll. soc. Siena,* IV, n° 2, 1886.)

3. Ledouble, *Revue d'anthropologie,* 1888.

55° (N). *Insertion claviculaire de l'omo-hyoïdien. Muscle cléido-hyoïdien* (fig. 7, *m*).

L'insertion claviculaire de l'omo-hyoïdien occupait une étendue de 3-4 centimètres ; il en naissait une large lame musculaire interrompue au niveau du tendon de l'omo-hyoïdien par une intersection aponévrotique, se confondant ensuite par son bord interne avec le sterno-cléido-hyoïdien et partageant pour le reste de ses fibres l'insertion de l'omo-hyoïdien.

56° (P). *Insertion claviculaire de l'omo-hyoïdien. Muscle cléido-hyoïdien.*

La disposition était la même que dans le cas précédent, l'insertion claviculaire étant seulement un peu moins étendue.

La présence d'un faisceau surnuméraire claviculaire de l'omo-hyoïdien, d'un cléido-hyoïdien, est assez fréquente (Testut), principalement dans la race nègre (Giacomini). Il peut s'insérer sur le tiers externe, sur le tiers moyen, sur le tiers interne de la clavicule, cette dernière disposition étant la plus rare. Quant à la terminaison du cléido-hyoïdien, elle est très variable. Le plus souvent il rejoint l'omo-hyoïdien, au-dessous du tendon intermédiaire de ce muscle. Dans un cas observé par Gegenbaur, le muscle accessoire, en atteignant ce tendon, se divisait en deux portions : l'une se jetait sur le tendon avec le ventre postérieur de l'omo-hyoïdien ; l'autre, poursuivant son trajet, gagnait sans s'interrompre la face antérieure de l'os hyoïde. Plus rarement, le cléido-hyoïdien, se portant obliquement en dedans, vient se fusionner (comme dans notre cas) avec le sterno-hyoïdien (Testut, *loc. cit.*, p. 260). Giacomini (*loc. cit.*), chez un sujet de la race nègre, où cette disposition est fréquente selon lui, a signalé le cléido-hyoïdien.

Cette anomalie s'interprète aisément comme consistant dans une persistance partielle d'un vaste muscle sous-hyoïdien, dont les omo-hyoïdien et sterno-cléido-hyoïdien sont d'habitude, chez l'Homme, les seuls représentants.

57° (F). *Muscle thyro-thyroïdien. Élévateur du corps thyroïde (Sœmmering).*

Long de 5 centimètres, ce muscle partait de la portion inférieure du cartilage thyroïde, à 5 millimètres de la ligne médiane,

et s'attachait au bord interne de la partie inférieure du lobe droit de la glande thyroïde.

Dans la description de Sœmmering, le muscle part du bord inférieur de l'os hyoïde, s'attache en partie au cartilage thyroïde et se prolonge pour le reste de ses fibres sur la glande thyroïde. Nous n'avons eu que la deuxième portion du muscle de Sœmmering, notre élévateur n'étant pas un hyo-thyro-thyroïdien, mais un thyro-thyroïdien. D'après Testut (*loc. cit.*, p. 268), après que des doutes ont été élevés sur l'existence du muscle de Sœmmering, ou du moins la nature musculaire de cette formation, elle fut définitivement mise hors de doute par les observations de Godart, Bouchard, Gruber, Walsham, Macalister.

58° (F). *Muscle sphéno-pharyngien* (anomalie bilatérale).

L'insertion supérieure de ce muscle se fait à l'épine du sphénoïde et au bord de l'orifice inférieur du canal carotidien. Sa longueur est de 8 centimètres, sa largeur d'un demi-centimètre. Les deux muscles droit et gauche convergent vers la partie moyenne du pharynx à 1 centimètre au-dessus du niveau de l'os hyoïde et là donnent quatre sortes de faisceaux : 1° les uns s'entre-croisent en X avec ceux du côté opposé et vont se continuer avec le constricteur inférieur ; 2° d'autres se dirigent en avant et en bas et se continuent avec les fibres du constricteur moyen du même côté ; 3° d'autres s'entre-croisent avec ceux du côté opposé et se continuent avec les fibres du constricteur moyen du côté opposé ; 4° d'autres enfin se prolongent en anse par les fibres du muscle du côté opposé.

Le muscle sphéno-pharyngien, selon Debierre[1], a été signalé et nommé par Riolan. Par son insertion au pourtour de l'orifice carotidien inférieur, notre muscle paraît encore représenter un pétropharyngien. Debierre (*loc. cit.*) indique, comme muscles surnuméraires du pharynx portant ce nom, un pétropharyngien (Albinus, Winslow), fixé à la face inférieure du rocher en dedans de l'apophyse styloïde, et un autre pétropharyngien qui naît de l'os pétreux en avant du canal carotidien ou bien de l'apophyse vaginale du temporal.

1. Debierre. *Traité élémentaire d'anatomie*, t. I, p. 362. Paris, 1890.

Fig 1

Fig 2

Fig 3

Fig 5

Fig 4

Fig 6

Fig 8

Fig 7

Fig 9

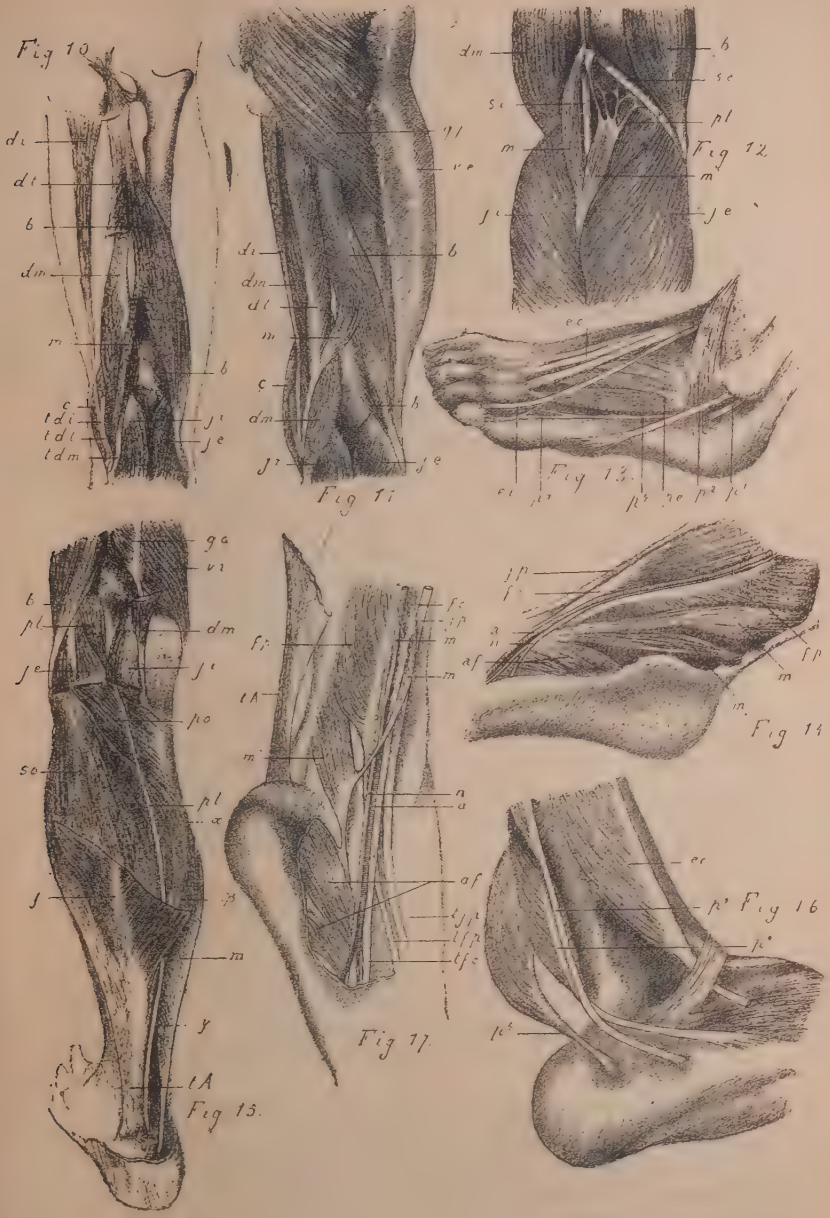


Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16
Fig 17

EXPLICATION DE LA PLANCHE

Fig. 1. *Faisceau tendineux du long fléchisseur du pouce inséré sur le tendon du fléchisseur de l'index.* — *rp,* rond pronateur. — *gp,* grand palmaire. — *fs,* fléchisseur superficiel. — *ca,* cubital antérieur. — *fsi,* faisceau fléchisseur superficiel de l'index. — *fpi,* faisceau fléchisseur profond de l'index. — *fpp,* fléchisseur propre du pouce. — *t,* expansion tendineuse anomale de ce muscle. — *l,* premier lombrical.

Fig. 2. *Muscle surnuméraire inséré sur la capsule articulaire et sur le tendon du grand dorsal. Élévateur du tendon du grand dorsal et long coraco-brachial.* — *m, m, m,* muscle surnuméraire. — *r, r,* branches d'origine du nerf radial. — *mc,* nerf musculo-cutané. — *me,* nerf médian. — *h,* artère humérale. — *b, b,* biceps. — *co,* coraco-brachial. — *co'*, long coraco-brachial.

Fig. 3. *Faisceau de renforcement de l'abducteur du petit doigt.* — *ap,* aponévrose palmaire. — *ca,* tendon du cubital antérieur, sectionné. — *p,* os pisiforme. — *a,* abducteur du petit doigt. — *a'*, son faisceau de renforcement.

Fig. 4. *Brachial aponévrotique.* — *d,* tendon du grand dorsal. — *co,* coraco-brachial. — *b,* biceps. — *vi,* vaste interne. — *tb,* tendon du biceps. — *ls,* long supinateur. — *tab,* expansion aponévrotique du biceps. — *ba,* brachial antérieur. — *m,* brachial aponévrotique. — *e,* muscles épitrochléens.

Fig. 5. *Faisceau accessoire du long supinateur.* — *ls,* long supinateur. — *ls'*, son faisceau accessoire. — *b,* tendon du biceps sectionné.

Fig. 6. *Faisceau de renforcement du court abducteur du petit doigt attaché sur la gaîne des vaisseaux cubitaux.* — *n,* nerf cubital. — *a,* artère cubitale. — *m,* faisceau de renforcement de l'abducteur du petit doigt. — *t,* son tendon. — *ca,* cubital antérieur. — *p,* os pisiforme. — *c,* abducteur du petit doigt. — *c'*, fléchisseur du petit doigt.

Fig. 7. *Insertion claviculaire de l'omo-hyoïdien. Muscle cléido-hyoïdien.* — *oh, oh,* omo-hyoïdien. — *stt,* sterno-thyroïdien. — *sth,* sterno-hyoïdien. — *m,* muscle cléido-hyoïdien.

Fig. 8. *Faisceaux surnuméraires de l'angulaire de l'omoplate.*

Fig. 9. *Faisceau surnuméraire de l'angulaire de l'omoplate.* — *c,* grand complexus. — *sp,* splénius. — *a,* angulaire. — *r,* rhomboïde. — *r'*, petit rhomboïde. — *d, d'*, deux chefs du petit dentelé postérieur et supérieur. — *m,* muscle surnuméraire.

Fig. 10. *Faisceau anastomotique du biceps crural au jumeau interne. Forme incomplète de l'ischio-calcanéen.* — *di,* droit interne. — *tdi,* son tendon. — *dt,* demi-tendineux sectionné. — *tdt,* son tendon. — *dm,* demi-membraneux. — *tdm,* son tendon. — *b,* biceps (longue portion). — *b'*, biceps (courte portion). — *c,* couturier. — *ji,* jumeau interne. — *je,* jumeau externe. — *m,* faisceau anastomotique du biceps et du jumeau interne.

Fig. 11. *Faisceau anastomotique du biceps et du demi-tendineux. Demi-tendineux à deux chefs.* — *gf*, grand fessier. — *ve*, aponévrose du vaste externe, en partie sectionnée. — *b*, biceps (longue portion). — *b'*, biceps (courte portion). — *di*, droit interne. — *dm*, *dm*, demi-membraneux. — *ji*, jumeau interne. — *je*, jumeau externe. — *c*, couturier. — *dt*, demi-tendineux. — *m*, faisceau anastomotique du biceps et du demi-tendineux.

Fig. 12. *Faisceau de renforcement du jumeau interne. Jumeau accessoire.* — *dm*, demi-membraneux. — *b*, biceps. — *si*, sciatique poplité interne. — *se*, sciatique poplité externe. — *pl*, plantaire grêle. — *ji*, jumeau interne. — *je*, jumeau externe. — *m*, *m'*, les deux chefs principaux du jumeau accessoire.

Fig. 13. *Quatrième péronier. Péronier du cinquième orteil. Prolongement digital du court péronier latéral.* — *ec*, extenseur commun des orteils. — *ei*, extenseur de l'index. — p^1, long péronier latéral. — p^2, court péronier latéral. — p^4, p^4, quatrième péronier ou prolongement digital du court péronier latéral. — *pe*, pédieux.

Fig. 14. *Chefs surnuméraires de l'accessoire du long fléchisseur commun. Long accessoire de Testut.* — *jp*, jambier postérieur. — *fc*, fléchisseur commun. — *fp*, fléchisseur propre. — *af*, accessoire du long fléchisseur. — *a*, artère tibiale postérieure. — *n*, nerf tibial postérieur. — *m*, *m'*, chefs surnuméraires de l'accessoire du long fléchisseur.

Fig. 15. *Soléaire accessoire.* — *ga*, grand adducteur. — *vi*, vaste interne. — *b*, biceps. — *pl*, plantaire grêle. — *je*, *ji*, jumeaux sectionnés. — *dm*, demi-membraneux, sectionné. — *po*, poplité. — *so*, soléaire. — *j*, masse commune des jumeaux. — *tA*, tendon d'Achille. — *m*, soléaire accessoire. — α, β, étendue de son insertion au tibia. — γ, étendue de sa fusion avec le soléaire.

Fig. 16. *Quatrième péronier. Faisceau péronéo-calcanéen externe* (*Testut*). — *ec*, extenseur commun. — p^1, long péronier latéral. — p^2, court péronier latéral. — p^4, quatrième péronier.

Fig. 17. *Chefs surnuméraires de l'accessoire du long fléchisseur commun. Long accessoire de Testut.* — *fp*, fléchisseur propre. — *tfp*, son tendon. — *fc*, fléchisseur commun. — *tfc*, son tendon. — *jp*, jambier postérieur. — *tjp*, son tendon. — *tA*, tendon d'Achille. — *a*, artère tibiale postérieure. — *n*, nerf tibial postérieur. — *af*, accessoire du long fléchisseur. — *m*, *m'*, *m''*, chefs du long accessoire.

NOTES

POUR SERVIR A

L'HISTOIRE DES TEMPS GLACIAIRES

(1879-1880)

Par M. FLICHE

PROFESSEUR A L'ÉCOLE FORESTIÈRE DE NANCY

Dans le livre si intéressant qu'il vient de publier sur la période glaciaire, M. Falsan, tout en admettant, au moins pour la région qu'il a si bien étudiée, une seule grande extension des glaciers, et étant en général plus favorable à l'idée que, pendant les temps quaternaires, ils avaient, à deux reprises différentes, dépassé sensiblement leurs limites actuelles, fait observer, avec la conscience qui caractérise toute son œuvre, que même aujourd'hui il faudrait en somme assez peu de chose pour ramener des phénomènes analogues à ceux qui se manifestèrent pendant la période glaciaire ancienne. Il a cité[1] notamment des faits, déjà signalés par lui ou par M. de Lapparent, relativement aux énormes amas de glace qui en de certains hivers se sont formés en plaine dans les vallées de plusieurs fleuves ou rivières, telles que la Loire et la Saône en particulier.

Ces curieuses observations m'en ont remis en mémoire d'autres que j'avais notées pendant les années 1879 et 1880; elles me paraissent offrir quelque intérêt à ceux qui cherchent à se rendre

1. A. Falsan, *la Période glaciaire étudiée principalement en France et en Suisse*. Paris, 1880, p. 221.

compte des climats, des faunes et de flores de l'époque quaternaire, des causes qui les ont amenées à être telles que l'observation des faits géologiques et des fossiles nous les révèle aujourd'hui, et c'est ce qui me décide à les publier si incomplètes soient-elles.

Les années 1879 et 1880 ont été remarquées même des plus indifférents en matière météorologique, à raison du redoutable hiver dont le souvenir est resté dans toutes les mémoires, mais le printemps, l'été et l'automne qui l'avaient précédé, pour avoir passé plus inaperçus n'en ont pas moins été remarquables par la façon dont la chaleur, la lumière et l'humidité s'y sont distribuées, par l'influence qu'elle a exercé sur le débit des cours d'eau et sur les êtres vivants.

Avant de parler de ces derniers phénomènes, il faut nous rendre compte de ce qu'a été la météorologie de cette période ; le pays dans lequel se sont faites mes observations étant situé aux environs de Sens, les résultats obtenus à l'observatoire de Montsouris fournissent des résultats très suffisamment exacts pour nous permettre de nous rendre compte de la physionomie météorologique de la période considérée.

Comme le fait observer M. Descroix [1], météorologiste adjoint, dans l'étude qu'il a consacrée à l'année météorologique 1878-1879, celle-ci n'a été remarquable ni par de grands froids, ni par de grandes pluies, mais par une insuffisance de chaleur et de lumière qui s'est étendue presque sans interruption sur les saisons du printemps et de l'été et, par des pluies extrêmement fréquentes. Les données météorologiques pour le mois d'octobre 1879 sur lequel ont aussi porté les observations qui seront relatées plus loin ne modifieraient en rien cette caractéristique ; nous pouvons donc considérer comme s'appliquant à toute la période qui s'étend jusqu'à la fin de ce dernier mois ce qui a été constaté pour l'année météorologique 1878-1879.

Au point de vue de la température, celle-ci a été plus froide que ne l'est l'année normale de 1°2, ce qui est sensible mais n'a

1. *Résumé météorologique de l'année* 1878-1879, par M. E. Descroix, météorologiste adjoint, dans l'*Annuaire de l'observatoire de Montsouris pour l'an* 1880.

rien d'excessif ; encore cet abaissement de température se reporte-t-il surtout sur l'hiver, le printemps et la première partie de l'été, pour devenir ensuite absolument insignifiant ou même faire place à une légère élévation au-dessus de la normale. Ainsi tandis qu'en avril, premier mois pendant lequel la végétation se montre active, la moyenne a été inférieure de 1°7 à la normale, en mai de 2°7, en août elle a été supérieure à 0°7 à cette même moyenne à laquelle elle s'est trouvée égale pendant le mois de septembre. Comme le fait remarquer M. Descroix, cette année, en ce qui concerne la température, a été surtout remarquable par le nombre des jours pendant lesquels la moyenne des températures maximum et minimum a été inférieure à la valeur normale déduite de 60 années d'observations. Il n'y a eu en effet que 135 jours pendant lesquels celle-ci ait été atteinte ou quelque peu dépassée.

Après avoir fait cette intéressante constatation, M. Descroix ajoute[1] : « Cependant, ce qui est vrai pour la température à l'ombre ne l'est plus au même degré pour la température au soleil, et surtout pour les maxima de ces températures ; sous ce rapport l'année 1878-1879 a été moins mal partagée que sous le premier. »

L'éclairement a été pendant l'année qui nous occupe sensiblement inférieur à ce qu'il aurait dû être. Ainsi d'avril à août 1879 le coefficient d'éclairement a été de 0,51, alors qu'il avait été de 0,55 l'année précédente, de 0,61 pendant la période de 1873 à 1877.

Un des phénomènes les plus caractéristiques de l'année 1878-1879 a été le nombre des jours pluvieux, qui s'est élevé à Paris au chiffre énorme de 264, alors qu'en année moyenne il n'est guère que de 185 ; mais si le nombre des jours pluvieux a été considérable, la hauteur d'eau tombée n'a rien eu d'excessif, $0^m,68$ au lieu de $0^m,52$ que l'on attribue à l'année moyenne. Encore convient-il de faire observer que cet excès d'eau est attribuable pour une notable partie au mois d'octobre 1878, pendant lequel il est tombé 104 millimètres, alors que la hauteur normale de la tranche est de 46 millimètres seulement pour ce mois.

1. *Loc. cit.*, p. 309.

Entre autres phénomènes remarquables, il y a lieu de noter les chutes abondantes de neige dont le sol est resté couvert, une première fois, du 7 au 27 décembre [1].

On voit qu'en résumé l'année météorologique 1878-1879 n'a été exceptionnelle que par le nombre des jours pendant lesquels la température a été inférieure à ce qu'elle est en année moyenne et aussi par l'exagération du nombre des jours pluvieux ; mais sans que la température moyenne, d'une part, et la quantité d'eau tombée, de l'autre, se soient beaucoup éloignées de la moyenne. Il n'en est que plus curieux de constater l'influence qu'elle a exercée sur le débit des cours d'eau, et sur les êtres vivants, au point de vue de leur extension relative, de leurs fonctions vitales et de leur extinction possible, en raison du trouble apporté à leur reproduction.

Mes observations ont été faites dans la région qu'occupe en grande partie la forêt d'Othe, sur la portion qui s'étend dans l'arrondissement de Sens et sur une partie de celle qui se trouve sur l'arrondissement de Joigny. Cette région, qui a été fort bien décrite dans des statistiques géologiques de l'Aube et de l'Yonne par Leymerie et Raulin, occupe la surface d'un long massif crayeux surmonté d'argiles tertiaires généralement rapportées à la période miocène, entendue dans son sens le plus large. Cet ensemble de craie d'argiles et de sables présente une surface à peu près plane, entamée dans sa largeur, qui est en moyenne de 22 kilomètres par de grands et profonds vallons qui, prenant naissance près du bord sud du massif, où se trouve la ligne de faîte, viennent aboutir en général à la vallée de la Vanne, à celles de la Seine et de l'Yonne aussi pour petite partie.

Belgrand, qui a pu, mieux que tout autre géologue, étudier la structure de la contrée, grâce aux travaux d'adduction des sources de la Vanne à Paris, a montré que le fond de ces vallons est occupé par des débris charriés par les cours d'eau qui les sillonnaient à l'époque quaternaire.

Aujourd'hui ces cours d'eau ont le plus souvent disparu, c'est tout au plus si de très modestes ruisseaux à cours réduit,

1. Duclaux, *loc. cit.*, p. 314.

le plus souvent discontinu, en sont encore les témoins ; ceux-ci pendant l'année 1878-1879 ont repris un débit qui, sans être aussi fort que l'ancien, n'en a pas moins été très remarquable. Ainsi dans le vallon qui s'étend du Pont-Évrat à Vareilles, le ruisseau, qui en année ordinaire ne dépasse pas Vaudeurs pendant l'été et à l'automne, coulait abondamment le 13 septembre en dessous du village et noyait même une partie de l'accotement du chemin de grande communication.

Un fait encore plus curieux s'observait dans la vallée qui vient aboutir à Villeneuve-sur-Yonne : pendant l'hiver et au printemps, un ruisseau en occupe ordinairement le fond, mais il est si faible et le tarissement à partir de l'été en est si constant que dans le langage populaire la vallée porte le nom caractéristique de *Gueule sèche*. D'ailleurs, l'absence des arbres et arbustes, des stations fraîches, des peupliers et des saules en particulier, le long du chenal qui sert à la conduite de l'eau montre que non seulement celle-ci disparaît, mais que le sol ne reste pas même humide. Or en 1878-1879 le ruisseau a été permanent et les habitants ont rapproché ce fait de ce qu'ils appelaient avec raison, au point de vue des récoltes, la mauvaise année. Le 9 octobre je le voyais, aux environs du village des Bordes, avec une largeur de 1 à 2 mètres et une profondeur de 30 centimètres coulant rapidement, ce qui prouve l'importance relative de son débit.

Les êtres vivants n'ont pas présenté des phénomènes moins remarquables. En ce qui concerne les végétaux, les plaintes ont été unanimes parmi les cultivateurs ; les céréales les plus communes ont mûri difficilement, la vigne plus difficilement encore, au point de ne pas fournir de vendanges utiles dans les endroits le moins bien situés. D'autres plantes qui, pour être l'objet de cultures moins étendues, n'en sont pas moins au nombre des végétaux les plus utiles dans la contrée, ont été encore plus maltraitées ; les haricots n'ont pas mûri sur la plus grande partie du plateau, où, en année ordinaire, ils donnent des récoltes abondantes de maturation parfaite et nullement tardive. Le maïs est dans le même cas : il a plus souffert, un bon nombre de pieds n'ont pas même fructifié. Les topinambours, qui fleurissent ordinairement au mois de septembre, ne sont pas encore en fleurs le

9 octobre, à l'Enfourchure, dans un vallon où la température est plus élevée que sur le plateau. Les plantes involontairement cultivées par l'homme, les *mauvaises herbes,* ont eu aussi parfois de la peine à fleurir et à fructifier. Le *Calendula arvensis* est une des plantes les plus communes dans les cultures, sur les pentes, surtout dans les vignes. J'en ai vu les premières fleurs le 19 octobre dans une ancienne vigne, sur le territoire de Theil-sur-Vanne ; quelques jeunes fruits prouvaient cependant une floraison, un peu, mais fort légèrement antérieure.

La végétation spontanée ou complètement naturalisée ne présentait pas des phénomèmes moins remarquables. Dans les bois, les organes de végétaux s'étaient activement développés ; les jeunes coupes de taillis en particulier présentaient des rejets d'un très grand développement, mais la lignification imparfaite des axes donnait sur leur sort futur des inquiétudes à tous ceux qui savent observer ; il en était de même d'ailleurs pour les végétaux ligneux cultivés, pour la vigne notamment, et cet aoûtement incomplet, pour me servir de l'expression employée par beaucoup de praticiens, n'a pas été étranger aux graves dommages qu'ils ont subis pendant l'hiver d'ailleurs si exceptionnel qu'ils ont eu ensuite à supporter. Les cryptogames cellulaires ont été très belles et très abondantes ; les plantes recherchant les sols très humides étaient très vigoureuses et avaient étendu leur domaine, ainsi les jeunes taillis étaient remplis de joncs.

Plusieurs espèces, ou n'ont pas fructifié, ou bien ont vu leurs fruits arriver à peine à maturité, ou même ne pas atteindre cette phase de développement. Ainsi les cytises faux-ébéniers (*Cytisus laburnum*) et les robiniers (*Robinia pseudo-acacia*) ont à peine fructifié ; au 9 octobre, la possibilité pour les châtaigniers d'arriver à maturité était encore douteuse. Les fruits du cornouiller mâle ont été endommagés fortement par la gelée du 17 octobre avant d'être arrivés à complète maturité, même sur les pieds le mieux exposés au soleil et sur un sol calcaire, le plus chaud par conséquent de ceux du pays. Parmi les végétaux de plus petite taille, au 9 octobre les bruyères cendrées (*Erica cinerea*) et les bruyères communes (*Calluna vulgaris*) sont en partie en fleurs avec un retard d'un mois environ pour la seconde, de plus d'un mois pour

la première, sur les époques de floraison dans la localité. Au commencement d'octobre également, l'*Ononis natrix* présentait encore un certain nombre de pieds en fleurs et plusieurs fruits non mûrs; ce qui est plus remarquable, le *Thalictrum sylvaticum* croissant dans la même station que le précédent, sur sol calcaire très sec et très chaud, avait souvent aussi des fruits non arrivés à maturité complète, alors que ceux-ci en année normale sont en grande partie disséminés à la fin d'août.

On voit par ce qui précède que dans le cas où plusieurs étés semblables à celui de 1878-1879, si peu différents soient-ils de la normale pour la température moyenne de l'année et pour la quantité d'eau tombée, viendraient à se succéder, non seulement on verrait reparaître des cours d'eau taris depuis l'époque quaternaire, mais que le tapis végétal subirait d'importantes modifications, certaines espèces gagnant du terrain, d'autres en perdant ; quelques-unes de ces dernières, sérieusement menacées dans leur persistance par l'extrême difficulté ou même l'impossibilité de mûrir leurs fruits, étant vraisemblablement destinées à disparaître.

Les animaux ont présenté des phénomènes exactement semblables à ceux offerts par les végétaux. Tous les chasseurs peuvent se rappeler, en ce qui concerne les oiseaux, combien ceux des stations sèches, les perdrix par exemple, ont été peu communs, alors que ceux qui fréquent les stations marécageuses ou même simplement fraîches abondaient. Il en a été ainsi notamment dans la région qui vient de nous occuper pour les Rallides qui y sont fort bien représentés.

A la différence de ce qui s'est passé pendant la saison météorologique 1878-1879, l'hiver de 1879-1880 a été remarquable non pas seulement par de faibles différences de température relativement à la normale, celles-ci se prolongeant pendant un laps de temps considérable, mais par des froids très vifs et en même temps que de longue durée. Il suffirait de faire appel sur ce point aux souvenirs de chacun. Si nous voulons donner des renseignements plus précis, rappelons qu'à Montsouris le nombre des jours pendant lesquels la moyenne des maxima et des minima est tombée au-dessous de zéro a été :

Novembre	12
Décembre	28
Janvier	24

Que les moyennes des minima et des maxima ont donné les résultats suivants :

	Année moyenne.	1879-1880.	Différence en mois.
Novembre	+ 6°5	+ 3°6	2°9
Décembre	+ 3°7	— 7°4	11°1
Janvier	+ 2°4	— 0°5	2°9

Le froid, on le voit, a été prolongé et en même temps très rude ; il a été accompagné d'un grand calme de l'atmosphère qui a permis aux couches d'air de se superposer très exactement, par ordre de densités, ce qui a entraîné un refroidissement des vallées et des plaines plus considérable que celui des hauteurs. En outre, le ciel a été généralement très pur, ce que prouvent les observations actinométriques, puisque les moyennes mensuelles des degrés actinométriques moyens ont été en décembre de 13°5, en janvier de 12°2, alors que les sommes mensuelles des degrés actinométriques moyens ont été pour les mêmes mois 410 et 349. Enfin pendant ce même hiver la neige a été très abondante.

Ces conditions de climat si rigoureuses ont eu sur les êtres vivants une action dont les effets ont été relatés en divers mémoires et dans le détail desquels il est inutile de revenir ici. Qu'il suffise de rappeler que dans tout le nord-est de la France les végétaux ligneux, appartenant à des régions plus chaudes, à des pays surtout dont les hivers ne sont pas très rudes, ont péri ou ont à tout le moins souffert beaucoup, alors qu'on pouvait les considérer comme complètement naturalisés; qu'il n'y a eu exception que pour certaines espèces d'assez petite taille pour être enfouies dans la neige dont l'influence protectrice bien connue s'est ici manifestée d'une façon particulièrement remarquable ; elle a pu empêcher de périr la base même de végétaux dont les parties supérieures placées au-dessus d'elle étaient complètement mortes.

Mais ce ne sont pas seulement les espèces ligneuses introduites qui ont souffert, la végétation forestière indigène n'a pas été à

l'abri. Sans parler du châtaignier, fortement éprouvé en particulier dans la région sur laquelle ont porté mes observations, mais qui n'y est certainement pas spontané, nombre de propriétaires ont constaté les graves dommages subis par les chênes ; quand les conditions ont été très défavorables, à raison de la situation de la localité, plaines basses, par exemple, et *à fortiori*, quand celles-ci étaient occupées en partie par des marais, le nombre des espèces atteintes a été souvent considérable. Ainsi dans les marais de Saint-Pouange et de Saint-Germain, aux environs de Troyes et même aux abords de ces marais, les lierres, les clématites, les guis généralement avec les pommiers qui les nourrissaient, la plupart des sureaux, une partie des noisetiers, les buis, ont été atteints dans toute la partie de leur corps située au-dessus de la couche de neige, les genévriers l'ont été à moindre degré, ainsi que les ormes champêtres ; enfin à un degré moindre encore les troënes, les bourdaines, les jeunes rejets d'aune.

En général, d'ailleurs, les jeunes pousses ont été plus exposées qu'elles ne l'auraient été en année normale, à raison du peu de chaleur de la saison de végétation qui avait précédé l'hiver ; à l'automne elles étaient assez peu lignifiées pour donner, comme je l'ai dit plus haut, en ce qui concernait surtout certaines espèces telles que la vigne, de l'inquiétude sur leur sort futur, alors même que le froid n'aurait pas été aussi vif que celui qui a suivi. On peut remarquer aussi que les espèces à feuilles persistantes ont particulièrement souffert à raison même de la pureté de l'atmosphère et de la transpiration qu'elle a favorisée ; toutefois, les espèces se sont montrées, spécialement parmi les conifères, dont plusieurs habitent les régions plus froides, fort inégalement sensibles : ainsi parmi les pins, le pin maritime a beaucoup souffert, les jeunes sujets même ont totalement disparu, tandis que le pin sylvestre s'est montré absolument résistant. Quant au pin laricio, il a présenté un phénomène fort intéressant : alors que la race d'Autriche a parfaitement résisté, la race de Corse a beaucoup souffert et en certains cantons du bois de Champfêtu a même entièrement disparu. Le fait est digne d'attention, parce qu'il montre une adaptation bien positive d'un même type spécifique à des conditions de climat différentes de

celles qu'il rencontre au centre de son aire d'habitation ; la race d'Autriche, qui est la plus septentrionale de toutes celles du laricio, se montrant très réfractaire au froid, alors que la forme de Corse, bien qu'habitant les hautes montagnes de l'île, résiste à des froids normaux, mais est moins bien douée vis-à-vis d'hivers excessifs. Qu'il s'agisse d'ailleurs des races du laricio ou de toutes les espèces du genre, ou même de toutes les abiétinées qu'on peut élever à l'air libre dans le nord-est de la France, les faits observés pendant l'hiver de 1879-1880 montrent que c'est avant tout dans la nature de leur protoplasme qu'il faut chercher la cause de leur inégale résistance au froid. Pendant l'hiver, en effet, elles se trouvent toutes exposées d'une façon égale à son action, sans organe de protection spéciale, et les différences qu'on peut constater dans l'épaisseur des parois des cellules des feuilles, si réelles soient-elles, ne semblent pas suffisantes pour expliquer la façon dont elles se comportent vis-à-vis des abaissements de température considérables. C'est avant tout au protoplasme, à la matière vivante, qu'il faut s'adresser pour trouver une explication qui dans l'état actuel de nos connaissances ne saurait encore être donnée.

Les animaux ont comme les végétaux subi l'action de cet hiver remarquable ; tous les chasseurs se rappellent les désastres subis par certaines espèces, les perdrix par exemple, à la destruction desquelles l'homme n'a pas été absolument étranger, la famine ayant amené ces oiseaux à proximité des habitations ; mais quelques espèces ont été particulièrement intéressantes à étudier. Ainsi le lièvre a peu souffert, tandis que, en certaines forêts au moins, le lapin a à peu près disparu.

Les raisons de cette inégale résistance des deux animaux sont assez faciles à saisir. Le lièvre, dont l'extension géographique est à l'état spontané bien plus grande que celle du lapin, est exposé normalement à des températures plus froides que le dernier qui habitait primitivement la région méditerranéenne et n'est qu'introduit dans l'Europe centrale, où il a pullulé d'ailleurs, lorsque les conditions du sol lui convenaient et que celles résultant du climat ne lui étaient pas trop défavorables. Celles-ci variant sensiblement d'une année à l'autre, le lapin souffre beaucoup, no-

tamment de l'humidité continue. Les grands froids de l'hiver 1879-1880 lui ont été très défavorables, mais ce qui l'a mis, pendant cette période, à l'état d'infériorité marquée vis-à-vis du lièvre, a été surtout la persistance de neige et sa grande abondance ; grâce à ses longues pattes en effet, le lièvre pouvait se mouvoir aisément sans craindre les attaques de ses ennemis, des renards tout particulièrement, alors que le lapin était saisi par eux avec la plus extrême facilité.

Si nous cherchons à résumer les enseignements qui résultent des faits, tels qu'ils viennent d'être exposés, nous voyons que, sans aucun changement appréciable à la surface du globe, les phénomènes météorologiques peuvent, pendant la période déjà assez longue d'une année, présenter des caractères qui diffèrent beaucoup de ce qu'on peut considérer comme l'état normal, ces caractères pouvant s'écarter considérablement de celui-ci, comme cela a été le cas pour l'hiver 1879-1880 ; ou bien, au contraire, ne présenter rien d'excessif, mais n'en pas moins donner à la période considérée une physionomie très particulière à raison de leur continuité, comme on l'a vu pour l'année météorologique 1878-1879.

Ce dernier phénomène est peut-être plus intéressant encore que le premier, quand on examine les effets qu'il produit, soit sur le débit des sources et des cours d'eau, soit sur les manifestations de la vie. Il résulte, en effet, des constatations rapportées dans cette étude que, sans qu'il y ait eu grandes chutes d'eau, ou de grands froids, on a vu se reformer des ruisseaux de la période quaternaire, on a vu les conditions de la vie devenir tellement défavorables à certaines espèces, soit végétales, soit animales, en favoriser d'autres à ce point que celles-ci, dans le cas où une série d'années semblables se produirait, deviendraient absolument prépondérantes, alors que les premières disparaîtraient ou ne présenteraient plus que de rares sujets. Cette élimination d'espèces au profit d'autres mieux organisées pour résister, on l'a constatée, *à fortiori*, pendant l'hiver de 1879-1880. On peut affirmer que, notamment en ce qui concerne les végétaux ligneux, ceux qui attirent plus spécialement l'attention des paléontologistes, deux hivers semblables venant à se succéder immédiatement, la

flore de l'Europe centrale se trouverait très sensiblement modifiée.

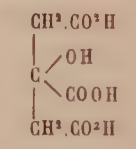
En ce qui concerne les phénomènes remarquables de l'époque quaternaire, l'étude à laquelle je viens de me livrer montre combien ont eu raison les géologues et les paléontologistes qui ont fait observer qu'il n'était pas nécessaire de supposer de très grandes modifications à la surface du globe, pour les expliquer, qui ont fait observer aussi qu'ils ne supposaient pas des modifications dans les phénomènes météorologiques aussi étendues que les naturalistes avaient été portés d'abord à les admettre, mais les faits sur lesquels j'ai cherché à appeler l'attention, joints à ces effets remarquables de certains hivers signalés par M. Falsan, rendent aussi très plausible l'idée d'oscillations dans les phénomènes météorologiques pendant la longue durée des temps quaternaires et par suite de retours offensifs des glaciers à la suite d'un retrait de ceux-ci, là où il semble qu'on les ait constatés, à la suite de l'étude des terrains dus à l'action glaciaire ou de celle des fossiles des dépôts quaternaires. Rappelons en terminant que, parmi ces derniers, les mollusques et les plantes dont les restes sont contenus en si grande quantité dans certains tufs, avaient amené M. de Saporta et d'autres paléontologistes à penser que le climat au moment où ils vivaient avait été caractérisé par une humidité plus abondante et surtout plus constante que ce n'est le cas aujourd'hui en année moyenne. C'est exactement ce qui a été constaté pour l'année météorologique 1878-1879, avec cette seule différence que pendant celle-ci la température moyenne a été légèrement plus basse que la moyenne, tandis que au moment où en Europe se déposaient les tufs quaternaires dont il vient d'être question, cette même température a été au contraire légèrement plus élevée que n'est celle des temps actuels.

SYNTHÈSE

DE L'ACIDE CITRIQUE

Par MM. A. HALLER et A. HELD

Les différents auteurs qui se sont occupés de l'étude de l'acide citrique ont été amenés à considérer ce composé comme un acide tribasique monoalcoolique et à lui attribuer la formule de constitution suivante :



La synthèse de cet acide a été faite pour la première fois par MM. Grimaux et Adam (*Comptes rendus*, 90, 1252), puis par M. Kekulé (*D. Chem. G.*, t. 13, 1886) et enfin par M. Dunschmann (*Dissert. inaug.* Erlangen, 1886, p. 29). Les premiers l'ont préparé en partant de l'acétone dichlorée symétrique. M. Kekulé a pris comme point de départ l'acide malique, tandis que M. Dunschmann est parti de l'acide acétonedicarbonique. Ce dernier mode de formation n'est pas, à proprement parler, une synthèse complète, car jusqu'à présent on n'a obtenu l'acide acétonedicarbonique qu'en traitant l'acide citrique lui-même par de l'acide sulfurique concentré.

Nos recherches ont pour but de démontrer les conditions dans

lesquelles on peut réaliser la synthèse de l'éther acétonedicarbonique et, partant, de l'acide citrique. Au lieu de nous adresser à l'acétone dichlorée symétrique, nous nous sommes servis, comme matière première, de l'éther acétoacétique. Cet éther a été chloré en γ, puis traité par du cyanure de potassium. Le dérivé γ-cyané obtenu a été saponifié et transformé en dérivé acétonedicarbonique. Ce dernier, après avoir été soumis à l'action de l'acide cyanhydrique pour être converti en cyanhydrine, a été chauffé avec de l'acide chlorhydrique, puis avec de la potasse, et a fourni ainsi du citrate de potasse. Nous résumons dans les équations suivantes l'ensemble des réactions sur lesquelles repose cette synthèse.

1) $CH^3.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5 + Cl^2 = CH^2Cl.CO.CH^2.CO^2C^2H^5 + HCl$

Éther acétoacétique. — Éther γ-chloroacétoacétique.

2) $CH^2Cl.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5 + CAzK = CH^2(CAz)CO.CH^2.CO^2C^2H^5 + KCl$

Éther γ-cyanacétoacétique.

3) $CAz.CH^2.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5 + C^2H^5OH + HCl + H^2O$
$= C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5,$

Éther acétonedicarbonique.

4) $C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5 + CAzH = C^2H^5.CO^2.CH^2.C(OH)(CAz)-CH^2.CO^2.C^2H^5$

Cyanhydrine de l'éther acétonedicarbonique.

5) $C^2H^5.CO^2.CH^2.C(OH)(CAz)-CH^2.CO^2.C^2H^5 + HCl + H^2O$
$= C^2H^5.CO^2.CH^2.C(OH)(COOH)-CH^2.CO^2.C^2H^5 + AzH^4Cl$

Citrate acide d'éthyle.

6) $C^2H^5.CO^2.CH^2.C(OH)(COOH)-CH^2.CO^2.C^2H^5 + 3\,KHO$
$= KO^2C.CH^2.C(OH)(COOK)-CH^2.COOK + 2\,C^2H^5OH$

Nous verrons, dans ce qui suit, qu'outre les réactions que nous venons de figurer, il s'en produit d'autres, plus complexes, qui

entravent, dans une certaine mesure, la marche normale de la synthèse à réaliser.

Éther γ-chloroacétoacétique ($CH^2Cl.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5$).

On introduit l'acétylacétate d'éthyle par portions de 100 grammes dans des vases à large section, de façon qu'il occupe une faible épaisseur, et l'on fait arriver dans ces vases, bien refroidis, un courant de chlore sec, par un tube dont l'extrémité se trouve à 3 ou 4 centimètres au-dessus de la surface du liquide. Dans ces conditions, l'absorption du chlore est très vive ; il se dégage des torrents d'acide chlorhydrique et au bout d'une demi-heure environ, l'augmentation de poids étant de 30 grammes, on interrompt le courant du chlore. Le produit est étendu de trois à quatre fois son volume d'éther, puis lavé avec de l'eau. On dessèche la liqueur sur du chlorure de calcium, on chasse l'éther par distillation et on rectifie au bain de sable. On recueille le produit qui passe à 188°-189°.

L'éther monochloroacétoacétique constitue un liquide incolore, plus lourd que l'eau, d'une odeur très irritante, provoquant le larmoiement, se colorant peu à peu en jaune sous l'influence de la lumière et dégageant alors de l'acide chlorhydrique. Il distille à 105°-106° sous une pression de 20 à 25 millimètres.

Le *γ-chloroacétoacétate de méthyle* ($CH^2Cl.C.OCH^2CO^2CH^3$) se prépare de la même manière. Il bout à 116°-118° sous une pression de 60 à 65 millimètres.

Dans ce qui suit, nous verrons que ces deux éthers sont constitués par des mélanges des deux dérivés monochlorés α et γ.

γ-Cyanacétoacétate d'éthyle ($CAz.CH^2.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5$).

Dans un vase suffisamment spacieux, on introduit 50 grammes du dérivé monochloré étendu de 500 centimètres cubes d'éther absolu. On y ajoute 25 grammes de cyanure de potassium pulvérisé et bien sec et on agite fréquemment, tout en maintenant le mélange à une température très basse. Au bout de 24 heures, on

décante et on exprime le dépôt volumineux formé. La liqueur éthérée est soumise à un nouveau traitement au cyanure (10 à 15 grammes) et chauffée dans un appareil à reflux pendant 3 ou 4 heures. On laisse refroidir, on filtre et on agite la liqueur avec du carbonate de soude qui enlève l'éther acétylcyanacétique formé dans le cours de la préparation en vertu de la réaction :

$$CH^3.CO.CHCl.CO^2.C^2H^5 + CAzK = KCl + CH^3.CO.CH\begin{cases} CAz \\ CO^2C^2H^5. \end{cases}$$

Le même corps se trouve d'ailleurs aussi dans le résidu solide insoluble dans l'éther.

La liqueur éthérée renfermant l'isomère γ, après avoir été desséchée sur le chlorure de calcium, est distillée et rectifiée sous pression réduite (40 à 45 millimètres).

Le *γ-cyanacétoacétate d'éthyle* ainsi obtenu renferme toujours un peu de chlore qu'il n'a pas été possible d'éliminer. Il se présente sous la forme d'un liquide huileux, incolore, mais jaunissant au contact de l'air et de la lumière. Il bout à 135°-138° (H = 40-45 millimètres) et les rectifications répétées le décomposent.

Le *γ-cyanacétoacétate de méthyle* ($CAz.CH^2.CO.CH^3.CO^2.CH^3$) se prépare de la même manière.

Sa formation est également accompagnée de celle de son isomère :

$$\alpha\ CH^3.CO.CH\begin{cases} CAz \\ CO^2CH^3. \end{cases}$$

Comme son homologue supérieur, il retient toujours un peu de chlore. Il constitue un liquide assez épais, incolore, mais se colorant en jaune au bout de quelque temps. Il bout à 215°-216° à la pression normale et vers 127°-128° sous une pression de 20 à 30 millimètres. Il ne cristallise pas, même à une température très basse. Les rectifications répétées le décomposent avec dégagement d'acide cyanhydrique.

Action des alcools éthylique et méthylique saturés d'acide chlorhydrique sur les éthers γ-cyanacéto-acétiques.

Alcool éthylique et γ-cyanacétoacétate d'éthyle.

10 grammes d'éther γ-cyané sont étendus de leur poids d'alcool absolu, puis introduits dans une fiole renfermant 30 à 40 grammes d'alcool absolu saturé à basse température d'acide chlorhydrique. Au bout de peu de temps, le mélange s'échauffe, bien que maintenu dans l'eau froide, ou dans la glace en été. On agite fréquemment et, suivant les cas, il se forme un dépôt cristallin de chlorure d'ammonium, ou il ne s'en forme pas.

Les essais dans lesquels il se dépose du sel ammoniac ne fournissent après un traitement approprié, qu'une huile chlorée incapable d'être transformée en acide citrique.

Les liqueurs qui n'ont donné lieu à aucun dépôt immédiat, soumises à l'évaporation dans le vide, sous une cloche renfermant de la chaux ou de la potasse, ont fourni, à deux reprises, des aiguilles blanches d'un chlorhydrate d'éther imidé formé en vertu de la réaction :

$$\begin{aligned} &C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^3.CAz \\ &+ C^2H^5OH + HCl = C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^2.C\begin{matrix}\diagup\!\!\diagup AzH.HCl \\ \diagdown OC^2H^5\end{matrix} \end{aligned}$$

Ce composé, chauffé avec de l'eau légèrement acidulée, se décompose en éther acétonedicarbonique et chlorhydrate d'ammoniaque :

$$\begin{aligned} &C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^3.C\begin{matrix}\diagup\!\!\diagup AzHHCl \\ \diagdown OC^2H^5\end{matrix} \\ &+ H^2O = C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^3.COOC^2H^5 + AzH^4Cl. \end{aligned}$$

Alcool méthylique et γ-cyanacétoacétate d'éthyle.

Quand, dans la réaction précédente, on remplace l'alcool éthylique par de l'alcool méthylique, on obtient un précipité de fines

aiguilles fondant à 122° en se décomposant. Comme l'analyse et les réactions le montrent, ce corps répond à la formule d'un chlorhydrate d'éther imidé chloré formé en vertu de la réaction:

$$C^7H^9O^3Az + CH^3OH + 2\,HCl = C^2H^5CO^2.CHCl.CHOH.CH^2.C\begin{cases} AzHHCl \\ OCH^3 \end{cases}$$

Soumis à l'ébullition avec l'alcool étendu d'eau et légèrement acidulé, il se décompose en donnant naissance à une huile chlorée et à du chlorure d'ammonium.

Alcool méthylique chlorhydrique et γ-cyanacétoacétate de méthyle.

Une réaction analogue se passe quand on traite l'éther γ-cyanométhylé par l'alcool méthylique saturé d'acide chlorhydrique. On obtient des aiguilles fines fondant à 144° en se décomposant :

$$C^6H^7O^3Az + CH^3OH + HCl = CH^3.CO^2.CHClCHOH.CH^2.C\begin{cases} AzHHCl \\ OCH^3. \end{cases}$$

Ce dérivé se comporte comme celui que nous venons de décrire et ne fournit point d'éther acétonedicarbonique quand on le chauffe avec de l'eau acidulée.

Préparation de l'acide citrique.

Pour éviter la formation de ces chlorhydrates d'éthers imidés chlorés, non susceptibles de donner naissance à des éthers acétonedicarboniques nécessaires à notre synthèse, nous avons trouvé le mode opératoire suivant :

10 grammes de γ-cyanacétoacétate d'éthyle sont étendus de leur poids d'alcool anhydre, et ce mélange est introduit goutte à goutte, dans 20 grammes d'alcool absolu saturé d'HCl et refroidi dans un mélange de glace et de sel. En mettant deux heures pour introduire tout l'éther cyané, il ne nous est arrivé qu'une fois sur cinq, de voir apparaître spontanément du sel ammoniac. Quand cette opération est terminée, et sans laisser se prolonger

le contact, on ajoute environ 5 centimètres cubes d'eau, toujours goutte à goutte, puis on verse le liquide dans son volume d'alcool à 90° et on chauffe au bain-marie pendant quelques minutes. Il se dépose alors rapidement un abondant précipité de chlorhydrate d'ammoniaque. Quand il paraît ne plus augmenter, on verse le mélange dans deux ou trois fois son volume d'eau, et on épuise à plusieurs reprises avec de l'éther. Les solutions éthérées sont réunies, lavées à l'eau, puis soumises à la distillation de façon à avoir une partie de produit dans deux à trois fois son volume d'éther.

Cette liqueur contient une quantité notable d'éther acétonedicarbonique formé en vertu de la réaction déjà signalée :

$$C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^2CAz + C^2H^5OH + HCl + H^2O = C^2H^5.CO^2.CH^2.CO.CH^2CO^2C^2H^5 + AzH^4Cl.$$

Cette solution éthérée est refroidie telle quelle dans un mélange de glace et de sel, puis additionnée de 5 à 6 grammes de cyanure de potassium finement pulvérisé par 10 grammes d'éther cyané employé. A ce mélange on ajoute, goutte à goutte, une solution aqueuse concentrée d'acide chlorhydrique en quantité rigoureusement équivalente au poids de cyanure employé. Il faut avoir soin d'éviter toute élévation de température pendant qu'on effectue cette opération. Le ballon bien bouché et ensuite abandonné dans un lieu frais. Au bout de 24 heures, on filtre et on chasse l'éther par distillation.

Le résidu renfermant la cyanhydrine :

$$C^2H^5.CO^2.CH^2.C\begin{cases} OH \\ CH^2CO^2C^2H^5 \\ CAz \end{cases}$$

est chauffé dans un appareil à reflux avec de l'acide chlorhydrique concentré, dans le but de saponifier la fonction nitrile (équation 5). Au bout de deux à trois heures on laisse refroidir, on réduit au bain-marie, et on chauffe le résidu avec un excès de potasse. La solution neutralisée par de l'acide chlorhydrique, est traitée par de l'acétate de plomb. Le citrate de plomb qui se précipite est recueilli, lavé, puis décomposé par de l'acide sulfhydrique. La liqueur est évaporée et le résidu, broyé avec du sable

fin, est épuisé à l'éther qui dissout l'acide citrique. Par évaporation, l'éther abandonne un sirop au sein duquel il ne tarde pas à se déposer des cristaux d'acide citrique. Pour le purifier complètement, on le transforme en sel de chaux qu'on décompose avec la quantité calculée d'acide oxalique.

L'acide citrique obtenu par synthèse présente tous les caractères physiques, organoleptiques et chimiques de l'acide naturel. Les cristaux fondent à 100°. On l'a analysé ainsi que ses sels de chaux et de plomb. On a ainsi démontré son identité avec l'acide ordinaire.

Rendement. — En partant de 50 grammes de γ-cyanacétoacétate d'éthyle, nous avons obtenu environ $6^{gr},20$ d'acide citrique pur et cristallisé. Il peut en rester environ 4 à 5 grammes dans les eaux mères sirupeuses.

SOCIÉTÉS CORRESPONDANTES.

AMIENS. — Société linnéenne du Nord de la France.
— Société industrielle d'Amiens.
AMSTERDAM. — Koninklijke Akademie der Wetenschappen (Académie royale des sciences).
ANGERS. — Société d'études scientifiques d'Angers.
— Société industrielle et agricole d'Angers et du département de Maine-et-Loire.
BALE. — Naturforschende Gesellschaft in Basel.
BATAVIA. — Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Société des arts et sciences de Batavia).
BERLIN. — Kœnigl. Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin.
— Deutsche Geologische Gesellschaft.
BERNE. — Naturforschende Gesellschaft in Bern.
— Schweizerische naturforschende Gesellschaft.
BESANÇON. — Société d'émulation du Doubs.
— Société de médecine de Besançon.
BÉZIERS. — Société d'études des sciences naturelles de Béziers.
BONN. — Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande und Westfalens.
BORDEAUX. — Société linnéenne de Bordeaux.
— Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux.
BOSTON. — American Academy of Arts and Sciences de Boston (Massachusetts).
BRESLAU. — Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.
BRUNN. — Naturforschender Verein in Brünn.
BRUXELLES. — Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.
CAEN. — Académie nationale des sciences, arts et belles-lettres de Caen.
— Société linnéenne de Normandie.
CHEMNITZ (Saxe). — Naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Chemnitz.
CHERBOURG. — Société nationale des sciences naturelles de Cherbourg.
COIRE. — Naturforschende Gesellschaft Graubündens.
COLMAR. — Société d'histoire naturelle de Colmar.
COPENHAGUE. — Kongelige danske videnskaberne selskab Kjöbenhavn (Société royale danoise des sciences).
CRACOVIE. — Académie des sciences.
DANZIG. — Naturforschende Gesellschaft in Danzig.
DAVENPORT. — Academy of Natural Sciences of Davenport (Iova).
DUBLIN. — Royal geological Society of Ireland.
ÉPINAL. — Société d'émulation du département des Vosges.
FRAUENFELD — Thurgauische naturforschende Gesellschaft.
FRIBOURG. — Naturforschende Gesellschaft zu Freiburg im Breisgau (grand-duché de Bade).
GÊNES. — Società di scienze naturali e geografiche di Genova.

GIESSEN. — Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.
GŒRLITZ (Silésie). — Naturforschende Gesellschaft zu Gœrlitz.
GUÉRET. — Société des sciences naturelles et archéologiques de la Creuse.
HAMBOURG-ALTONA. — Wissenschaftlicher Verein von Hamburg-Altona.
HARLEM. — Hollandsche Maatschapij der Wetenschappen (Société hollandaise des sciences).
HAVRE (LE). — Société des arts agricoles et horticoles du Havre.
HELSINGFORS. — Vetenskaps-Societetens af Finska (Société des sciences de la Finlande).
— Sällskapets pro Faunâ et Florâ fennicâ (Société pour la faune et la flore de la Finlande).
INSPRUCK. — Ferdinandeum für Tyrol und Vorarlberg.
KIEW. — Société des Naturalistes attachée à l'Université impériale de Saint-Wladimir, à Kiew.
LAUSANNE. — Société vaudoise des sciences naturelles.
LEIPZIG. — Königl. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig.
— Verein für Erdkunde.
LIÈGE. — Société géologique de Belgique.
— Société royale des sciences.
LILLE. — Société biologique du Nord de la France.
LISBONNE. — Academia real das sciencias de Lisboa.
LIVERPOOL. — Biological Society.
LONDRES. — Royal geological Society.
LUXEMBOURG. — Institut royal grand-ducal de Luxembourg (Section des sciences naturelles et mathématiques).
LYON. — Société linnéenne de Lyon.
— Société botanique de Lyon.
MANCHESTER. — Litterary and philosophical Society of Manchester.
MARSEILLE. — Société d'études des sciences naturelles de Marseille.
METZ. — Société d'histoire naturelle de Metz.
MEXICO. — Sociedad cientifica.
MONTAUBAN. — Académie des sciences, lettres et arts de Tarn-et-Garonne.
MONTBÉLIARD. — Société d'émulation de Montbéliard.
MONTPELLIER. — Académie des sciences et lettres de Montpellier (Section des sciences).
MONTRÉAL. — Society of natural history of Montreal (Canada).
MOSCOU. — Société impériale des naturalistes de Moscou.
MUNICH. — Königl. Baierische Akademie der Wissenschaften (mathem. u. physik. Abth.).
MUNSTER. — Westfälischer Provinzial-Verein für Wissenschaft und Kunst.
NANCY. — Académie de Stanislas.
— Société de médecine.
— Société de géographie de l'Est.
— Commission météorologique du département de Meurthe-et-Moselle.
NEUCHATEL. — Société des sciences naturelles de Neuchâtel (Suisse).
NIMES. — Société d'études des sciences naturelles de Nîmes.
OFFENBACH. — Verein für Naturkunde in Offenbach a/Main.
OSNABRÜCK. — Wissenschaftlicher Verein.
PARIS. — Association française pour l'avancement des sciences.
— Société des Jeunes Naturalistes.

Perpignan. — Société agricole, scientifique et littéraire des Pyrénées-Orientales.
Philadelphie. — Akademy of natural sciences of Philadelphia (Pensylvanie).
Pise. — Società toscana di scienze naturali in Pisa.
Prague. — Königl. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag.
Presbourg. — Verein für Natur- und Heilkunde zu Pressburg.
Rio-de-Janeiro. — Observatoire impérial astronomique et météorologique.
— Museo Nacional.
Rome. — Accademia reale dei Lincei.
Rouen. — Société des Amis des sciences naturelles de Rouen.
Saint-Dié. — Société philomathique vosgienne de Saint-Dié.
Saint-Gall. — St. Gallische naturwissenschaftliche Gesellschaft.
Saint-Jean-d'Angély. — Société linnéenne de la Charente-Inférieure.
Saint-Louis. — Academy of sciences of Saint-Louis (Missouri).
Saint-Pétersbourg. — Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg.
— Comité géologique. (Institut des Mines.)
San-Francisco. — Akademy of Sciences of California.
Stockholm. — Kong. Svenska Vetenskaps Akademie (Académie royale suédoise des sciences).
Tokyo. — Imperial University (Litterature College of Tokyo) [Japon].
Toulouse. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse.
— Société d'histoire naturelle de Toulouse.
— Société académique hispano-portugaise.
Tours. — Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres du département d'Indre-et-Loire.
Turin. — Accademia Reale delle Scienze.
Upsal. — Regia societas scientiarum Upsaliensis.
— Université d'Upsal.
Verdun. — Société philomathique de Verdun.
Versailles. — Société des sciences naturelles et médicales de Seine-et-Oise.
Vienne. — Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien (mathemat. u. wissenschaftliche Abth.).
— Kaiserl. Königl. naturhistorisches Hofmuseum.
— Kaiserl. Königl. zoologische und botanische Gesellschaft in Wien.
Vitry-le-François. — Société des sciences et arts de Vitry-le-François.
Washington (D. C. U. S. A.). — Smithsonian Institution.
— Bureau of Ethnology.
Wiesbaden. — Nassauischer Verein für Naturkunde.
Zagreb (Agram). — Societas historico-naturalis Croatica.
Zurich. — Naturforschende Gesellschaft in Zürich.

OUVRAGES

REÇUS PAR LA SOCIÉTÉ PENDANT L'ANNÉE 1890.

I. — Publications périodiques.

Amiens. — Mémoires de la Société linnéenne du Nord de la France. T. VII, 1886-1887.
— Bulletin de la Société linnéenne du Nord de la France. T. IX, 1889.
— Bulletin de la Société industrielle. T. XXVII, nos 4, 5, 6 ; t. XXVIII, nos 1, 2, 3.

Amsterdam. — Verslagen en Mededeelingen Koninklijke Akademie der Wetenschappen. 1890. D. VI, VII.
— Verhandelingen der Mededeelingen Koninklijke Akademie der Wetenschappen. D. XXVI, XXVII.

Angers. — Société d'études scientifiques. 18e année, 1888.
— Bulletin de la Société industrielle et agricole d'Angers et du département de Maine-et-Loire. 1889, 1er et 2e semestres.

Bale. — Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft. T. VIII. H. 3.

Batavia. — Naturkundig Tijdschrift voor Neerlandich Indie. D. XLIX.

Berlin. — Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1889, octobre à décembre ; 1890, janvier à décembre.

Berne. — Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. 1889, 1215-1243.

Béziers. — Bulletin de la Société d'études des sciences naturelles. 1888, 1889.

Bonn. — Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preussischen Rheinlande und Westfalens. 1889, 2es H. ; 1890, 1tes H.

Bordeaux. — Actes de la Société linnéenne. 1888, 5e série, t. II.
— Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles. 3e série, t. IV et V, 1er cahier.

Boston. — Proceedings of the American Akademy of Arts and Sciences. 1888, part. I, II.

Brunn. — Verhandlungen des naturforschenden Vereins in Brünn. 1888. XXVII. B.
— Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereines. 1887.

Caen. — Mémoires de l'Académie nationale des sciences, arts et belles-lettres. 1889.
— Bulletin de la Société linnéenne de Normandie. 1888-1889, 4e série, 3e vol. ; 1890, 4e série, 4e vol., 1er, 2e, 3e fasc.

Cherbourg. — Mémoires de la Société nationale des sciences naturelles. 1889, t. XXVI.

Coire. — Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. XXXIII. J. 1888-1889.

Copenhague. — Société royale danoise des sciences. 1889, nos 2 et 3 ; 1890, no 1.
— Mémoires de l'Académie royale. Vol. IV, no 8 ; V, nos 1, 2 ; VI, no 1.

Cracovie. — Bulletin international de l'Académie des sciences. Décembre 1889 à octobre 1890.

Épinal. — Annales de la Société d'émulation des Vosges. 1890. Table de 1860 à 1889.

Frauenfeld. — Mittheilungen der Thurgauischen naturforschenden Gesellschaft. IX. H.

Gênes. — Atti della Società ligustica di scienze naturali e geografiche. Vol. I, nos 1, 2.

Genève. — Société helvétique des sciences naturelles. 72e session, 1888-1889.

Giessen. — Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. 1890. 27 B.

Guéret. — Mémoires de la Société des sciences naturelles et archéologiques de la Creuse. 1890, t. I, 2e série.

Hambourg-Altona. — Wissenschaftlicher Verein. X. B. H. 1.

Harlem. — Archives néerlandaises. T. XXIV, 1re, 2e, 3e livr.

Helsingfors. — Saliskapets pro Faunâ et Florâ fennicâ. Acta Societatis. Vol. V, 1re partie. 2 brochures.

— Meddelanden. 1889, 15.

Inspruck. — Zeitschrift des Ferdinandeum für Tyrol und Vorarlberg. 1889. 33 et 34 H.

Kiew. — Mémoires de la Société des naturalistes. 1890, t. X, livr. 2 et 3; t. XI, livr. 1.

Lausanne. — Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. 100. Vol. XXV. 101. Vol. XXVI.

Leipzig. — Mittheilungen des Vereins für Erdkunde. 1889.

— Berichte über die Verhandlungen der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1889, II, III, IV; 1890, I. — Register 1846-1885.

— Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1889. B. XV, 7, 8, 9, 10; 1890. B. XVI, 1, 2.

Liège. — Annales de la Société géologique. T. XVII, livr. 1, 2.

— Mémoires de la Société royale des sciences. 1890, t. XVI.

Lille. — Revue biologique du Nord de la France. 2e année, nos 5 à 12; 3e année, nos 1, 2.

Liverpool. — Proceedings of the Liverpool Biological Society. 1889-1890, vol. IV.

Londres. — Royal geological Society. 1890, août, vol. 183.

Luxembourg. — Recueil de mémoires et travaux publiés par la Société botanique du grand-duché de Luxembourg. Nos IX-X, 1883-1884; no XI, 1885-1886.

Luzano. — Atti della Società Elvitica delle scienze naturali. 72e sessione, 1888-1889.

Lyon. — Actes de la Société linnéenne. 1888.

Mexico. — Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique-magnétique central. T. II, nos 3 à 12.

— Memoria presentada al congreso de la Union. 1877-1882, 1, 2, 3; 1883-1885, 1, 2, 3, 4, 5.

— Informes é documentos relativos a comercio interior y exterior, agricultura, mineria é industrias. 1889, 51 à 60.

— Memorias de la Sociedad cientifica Antonio Alzate. T. II, no 12; t. III, nos 1 à 12.

Montauban. — Recueil de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Tarn-et-Garonne. T. V, 1889.

Montbéliard. — Mémoires de la Société d'émulation. 1889, XXe vol.

Moscou. — Bulletin de la Société impériale des naturalistes. 1889, nos 2, 3.

Moscou. — Nouveaux Mémoires de la Société impériale des naturalistes. T. XV.

Munich. — Abhandlungen der Königlich Baierischen Akademie der Wissenschaften 1889. XVII. B. (Séance générale.)

Nancy. — Mémoires de l'Académie de Stanislas. 1889.

— Mémoires de la Société de médecine. 1888-1889.

— Bulletin de la Société de géographie de l'Est. 1889, 4e trim.; 1890, 1er, 2e, 3e, 4e trim.

— Bulletin de la Commission météorologique de Meurthe-et-Moselle. 1889.

New-York. — Transactions of the Academy of Sciences. Vol. VIII, 5 à 8; vol. IX, 1, 2.

Nîmes. — Bulletin de la Société d'études des sciences naturelles. 1889, 4; 1890, 1.

Paris. — Association française pour l'avancement des sciences. Paris, 18e session. 1re et 2e parties. — Informations et documents divers, 57, 58.

— Revue des travaux scientifiques. T. IX, 6 à 12; t. X, 1 à 4.

— Feuille des Jeunes naturalistes. 1890, 232 à 241. — Catalogue de la bibliothèque, nos 1 à 9.

Perpignan. — Mémoires de la Société agricole, scientifique et littéraire des Pyrénées-Orientales. 1890, 31e vol.

Philadelphie. — Geological Survey of Pennsylvania. Atlas A A, part. 2, 3, 5; Annual Report; Dictionnary of fossiles, 1889. South Mountain Sheets.

— Academy of natural sciences. 1889, p. II, mai-septembre; p. III, octobre-décembre. 1890, part. I, janvier-mars.

Pise. — Società toscana di Scienze naturali. Vol. X. Processi verbali, vol. VII, 4 mai 1890.

Prague. — Sitzungsberichte der Königlich Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1889.

Rio-de-Janeiro. — Revue de l'observatoire impérial astronomique et météorologique. 1890, 1 à 9.

— Annuaire publié par l'observatoire impérial. 1888, 1889, 1890.

— Annales. T. IV, 1re et 2e parties.

Rome. — Atti della Accademia reale dei Lincei. Vol. V, 8 à 13; 1890, vol. VI, 1er sem., 1 à 12; vol. VI, 2e sem., 1 à 5.

Rouen. — Bulletin de la Société des Amis des sciences naturelles. 1889, 1er, 2e sem.

Saint-Dié. — Bulletin de la Société philomathique vosgienne. 1889-1890.

Saint-Gall. — Naturwissenschaftliche Gesellschaft. 1887-1888.

Saint-Pétersbourg. — Bulletin du Comité géologique. Vol. VIII, 6 à 8.

— Mémoires du Comité géologique. Vol. IX, n° 1; vol. XI, n° 1.

San-Francisco. — Bulletin of Academy of sciences of Californie. Proceedings, 1889, vol. II.

Stockholm. — Académie royale suédoise des sciences. Bihang till. 9 : 1, 2; 10 : 1, 2; 11 : 1, 2; 12, 1, 2, 3, 4; 13, 1, 2, 3, 4.

— Oversigt af Kong. 41, 42, 43, 44, 45.

— Kongliga Svenska. B. 20, 1882-1883; B. 21, 1884-1885 et atlas.

— Lefnadsteckningar. B. 2. H. 3. — Liste des membres. 1885 à 1889.

Toulouse. — Mémoires de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres. 9e série, t. I.

— Bulletin de la Société d'histoire naturelle. 1889, t. I et II.

— Société académique hispano-portugaise. 1890, 1.

Tours. — Annales de la Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres du département d'Indre-et-Loire. 1889, t. LXIX.

Upsal. — Nova Acta regiæ Societatis scientiarum. 3e série, 14e vol., fasc. 1. — Catalogue 1744-1890.

Vienne. — Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften (math. u. wiss. Abth.). 1889. 55 B.

— Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Mathématiques et histoire naturelle. 1888, octobre à décembre; 1889, janvier à juillet. (Register 91 à 96.) Médecine. 1888, juillet à décembre.

— Verhandlungen der Kaiserl.-Königl. zoologischen und botanischen Gesellschaft in Wien. 1889, XXXIX B., 3e et 4e parties; 1890, XL B., 1, 2.

— Annalen des K.-K. naturhistorischen Hofmuseums. B. IV, 4; B. V, 1 à 3.

Vitry-le-François. — Société des sciences et arts. 1885-1886; 1887-1888.

Washington. — Smithsonian Institution. 1886, p. 2; 1887, p. 1, 2.

— Fourth Annual Report of the Bureau of ethnology. 1883-1884; 1884-1885.

Wiesbaden. — Nassauischer Verein für Naturkunde. 1888, 41, 42.

Zurich. — Naturforschende Gesellschaft. 1886, 3-4; 1887, 1 à 4; 1888, 1 à 4; 1889, 1, 2.

II. — Mémoires originaux.

Revue mensuelle du Limousin. Le Règne végétal. Limoges, 1890. 1 br. in-8°.

Rayet. — Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde. Années 1887-1888, 1888-1889. Bordeaux, 2 broch. in-8°.

Collignon (Dr R.). — L'Indice céphalique des populations françaises. Paris, 1890. 1 broch. in-8°.

Mer (Em.). — De l'influence des éclaircies sur l'accroissement diamétral des sapins. Paris, 1 broch. in-8°.

— Recherches sur la formation du bois parfait. Paris, 1888. 1 broch. in-8°.

— Influence de l'exposition sur l'accroissement de l'écorce des sapins. Paris, 1889. 1 broch. in-8°.

— Recherches sur les causes d'excentricité de la moelle dans les sapins. Paris, 1889. 1 broch. in-8°.

Delisle (L.). — Instructions adressées par le comité des travaux historiques et scientifiques aux correspondants du ministère de l'instruction publique et des beaux-arts. — Littérature latine et Histoire du moyen âge. Paris, 1890. 1 vol. in-8°.

Pilling (James-Constantin). — Bibliography of the Iroquoian and Muskhogean Languages. Washington, 1888-1889. 2 vol. in-8°.

Thomas (Cyrus). — The Circular, Square, and octagonal Earthworks of Ohio. Washington, 1889. 1 br. in-8°.

— The problem of the Ohio Mounds. Washington, 1889. 1 br. in-8°.

Holmes (William-H.). — Textile fabrics of ancient Peru. Washington, 1889. 1 br. in-8°.

Hjalmar (Hjelt). — Notæ Conspectus floræ fennicæ. Helsingforsiæ, 1888. 1 br. in-8°.

Saelan (Th.), A. Osw. Kihlman, Hj. Hjelt. — Herbarium Musei fennici. 2e édit. — I, Plantæ vasculares. Helsingforsiæ, 1889. 1 br. in-8°.

Journal of the Elisha Mitchell scientific Society. Juillet-décembre 1889 (numéro spécimen). Raleigh, 1890. 1 vol. in-8°.

Mer (Em.). — Description d'une maladie nouvelle des rameaux de sapin. Paris, 1890. 1 br. in-8°.

— Moyen d'activer l'allongement des jeunes sapins. Paris, 1890. 1 br. in-8°.

— Particularités de végétation que présentent dans les Vosges le *Hypoderme nervisequum* et *macrosporum*, ainsi que le *Chrysomixa Abietis*. (Congrès scientifique de Paris, 1889.) Paris, 1890. 1 br. in-8°.

— Recherches sur le traitement des sapinières vosgiennes. (Congrès scientifique de Paris, 1889.) Paris, 1890. 1 br. in-8°.

Goppelsrœder (F. Dr). — Ueber Feuerbestattung. Vortrag gehalten am Abende des 13. Februars 1890, in Verbindung mit Experimenten und unter Vorweisung von kolorierten Bildern im naturw. Vereine zu Mülhausen im Elsass. Mülhausen, 1890. 1 vol. in-8°.

Bleicher. — Sur la nature des phosphates du massif du Dekma (département de Constantine). 1 plaq. in-4°.

Barthélemy (F.). — Répertoire des découvertes préhistoriques dans le département de la Meurthe. (Congrès de Paris, 1889.) 1 br. in-8°.

Maunoir et Léon Bourgeois. — Discours prononcés à la séance générale du congrès le samedi 31 mai 1890. Paris, 1890. 1 br. in-8°.

Lasteyrie (R. de) et Lefebvre-Pontalis (E.). — Bibliographie des travaux historiques et archéologiques publiés par les Sociétés savantes de la France. Paris, 1890. 1 vol. in-4°.

Saint-Lager (Dr). — La Priorité des noms de plantes. Paris, 1890. 1 br. in-8°.

Le Blant. — L'Épigraphie chrétienne en Gaule et dans l'Afrique romaine. Paris, 1890. 1 vol. in-8°.

Thomas (P.). — Description des mollusques fossiles des terrains crétacés de la région sud des Hauts-Plateaux de la Tunisie (avec planches in-folio). Paris, 1889. 1 vol. in-8°.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE FASCICULE XXIV (TOME XI, ANNÉE 1890).

Pages.

Liste des membres de la Société v

I. Procès-verbaux xiii

II. Mémoires originaux.

1. Étude de Cinématique à deux et trois dimensions, par M. Calinon. . 1
2. Note sur le Callovien de la voie ferrée de Toul à Neufchâteau, par M. Wohlgemuth 50
3. Mollusques terrestres du Roussillon, par M. Bucquoy 56
4. Marche apparente et trajectoire vraie des orages sur l'horizon, par M. C. Millot. . . . . xvii, 94
5. Contribution à la connaissance des anomalies musculaires, par M. A. Prenant. 101
6. Note pour servir à l'histoire des temps glaciaires (1879-1880), par M. Fliche. . . . . xvi, 134
7. Synthèse de l'acide citrique, par MM. A. Haller et A. Held. 146

Sociétés correspondantes 154

Ouvrages : publications périodiques et mémoires originaux reçus par la Société pendant l'année 1890 157

Table des matières. 163

Nancy, imprimerie Berger-Levrault et Cie.